Colegio Santa Bárbara
Ramón Rosales N°785
Quilicura - Santiago
F. 607 12 39 info@santabarbara.cl
Profesor: Kenia Fuentes

Departamento de Matemática
Profesora: Kenia Fuentes

**GUIA DE TRABAJO**

**II MEDIO**

| Nombre y apellido: | Curso: | Fecha: |
|---|---|---|
| | | |

**Unidad 3: GEOMETRIA. Pendiente 2019.**

**OA 10** : Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala.
**OA11:** Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escala.

**Unidad 4: PROBABILIDAD Y ESTADISTICA. Pendiente 2019.**

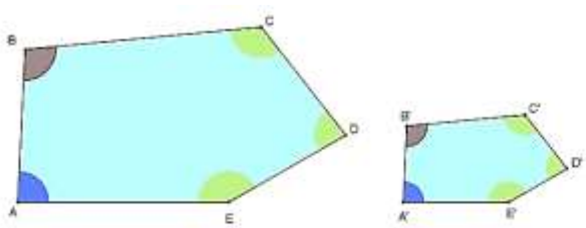
**OA12** Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble entrada y en una nube de puntos.
**OA 13** Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos "xy" para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica: • Utilizando nubes de puntos en dos colores. • Separando la nube por medio de una recta trazada de manera intuitiva.

## UNIDAD 3: GEOMETRIA.

# Semejanza y proporcionalidad

**OBJETIVO: APLICAR PROPIEDADES DE SEMEJANZA Y DE PROPORCIONALIDAD A MODELOS A ESCALA.**

Dos polígonos son semejantes cuando tienen los ángulos iguales y los lados homólogos proporcionales.



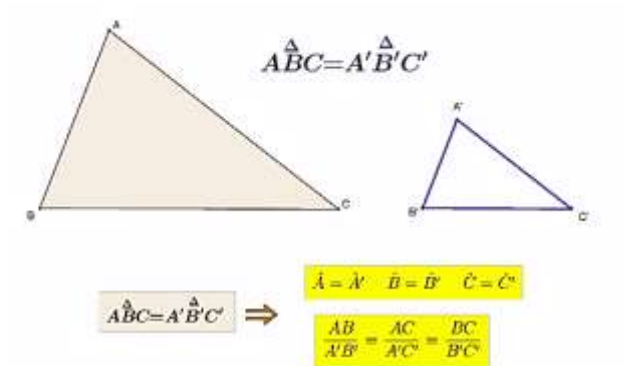

$$\hat{A} = \hat{A'} \quad \hat{B} = \hat{B'} \quad \hat{C} = \hat{C'} \quad \hat{D} = \hat{D'} \quad \hat{E} = \hat{E'}$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DE}{D'E'} = \frac{EA}{E'A'}$$

Triángulos semejantes: Se llama razón de semejanza al cociente de dos lados homólogos.

Colegio Santa Bárbara
Ramón Rosales N°785
Quilicura - Santiago
F. 607 12 39 info@santabarbara.cl
Profesor: Kenia Fuentes

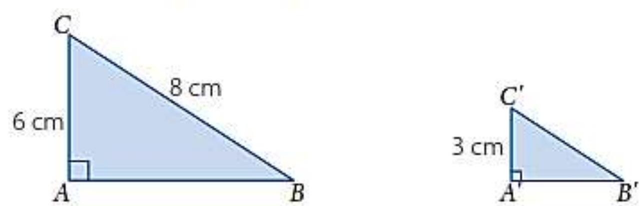
Departamento de Matemática
Profesora: Kenia Fuentes




Es decir dos triángulos son semejantes cuando tienen sus ángulos iguales y sus lados homólogos son proporcionales.

Ejemplo :

Si $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$, ¿cuánto mide el lado $B'C'$?




Ya que los triángulos son semejantes, la medida de los lados correspondientes es proporcional, es decir:

$$\frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \blacktriangleright \frac{6}{3} = \frac{8}{B'C'} \blacktriangleright B'C' = \frac{8 \cdot 3}{6} \blacktriangleright B'C' = 4$$

**Respuesta:** La medida del lado $B'C'$ es 4 cm.

Para afirmar que dos triángulos son semejantes es suficiente con conocer que se cumplen algunas de estas seis condiciones, porque entonces se cumplen todas las demás. Dichas condiciones suficientes se llaman **criterios** o **casos de semejanza**, y son los siguientes:

Primer caso: AA .Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.

Segundo caso: LAL Dos triángulos son semejantes si tienen un ángulo igual y los dos lados que lo forman son proporcionales.

Tercer caso: LLL Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados proporcionales.

Ejemplo 1 :

Colegio Santa Bárbara
Ramón Rosales N°785
Quilicura - Santiago
F. 607 12 39 info@santabarbara.cl
Profesor: Kenia Fuentes

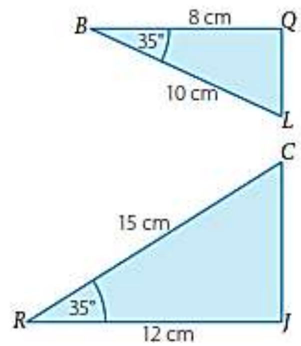


**El triángulo $LQB$, ¿es semejante al triángulo $RJC$?**

El ángulo formado entre los lados que tienen las medidas anotadas es igual en ambos triángulos, por lo que se determinará si los lados correspondientes son proporcionales.

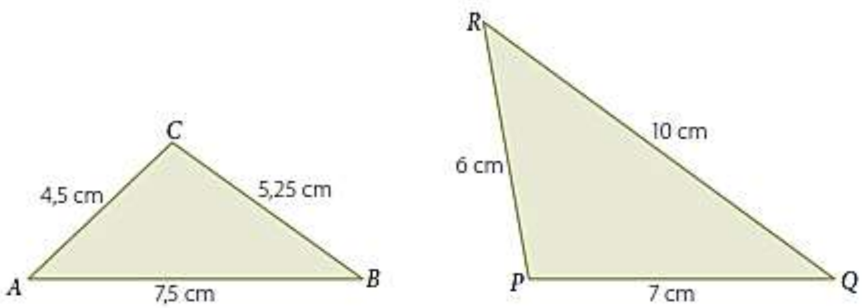
$$\frac{BL}{RC} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \text{ y } \frac{BQ}{RJ} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

**Respuesta:** Se cumple el criterio lado, ángulo, lado (LAL), por lo tanto $\Delta LQB \sim \Delta CJR$.




Ejemplo 2:

**¿Los triángulos que se muestran son semejantes?**




Se calculará el valor de razón entre los lados proporcionales, es decir:

$$\frac{AB}{QR} = \frac{7{,}5}{10} = 0{,}75 \qquad \frac{BC}{QP} = \frac{5{,}25}{7} = 0{,}75 \qquad \frac{CA}{RP} = \frac{4{,}5}{6} = 0{,}75$$

**Respuesta:** Se cumple el criterio lado, lado, lado (LLL), por lo tanto $\Delta ABC \sim \Delta RQP$.

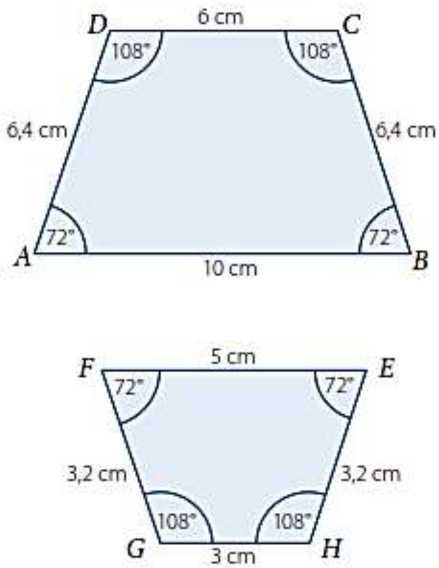
Colegio Santa Bárbara
Ramón Rosales N°785
Quilicura - Santiago
F. 607 12 39 info@santabarbara.cl
Profesor: Kenia Fuentes

Departamento de Matemática
Profesora: Kenia Fuentes

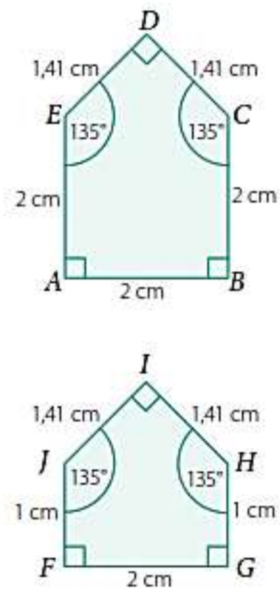
**Actividad Resuelve:**

**Explica si los siguientes polígonos son semejantes o no. Argumenta tu afirmación.**

**a.**

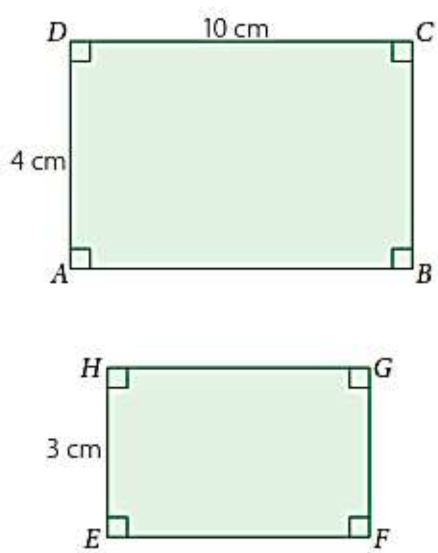



**b.**

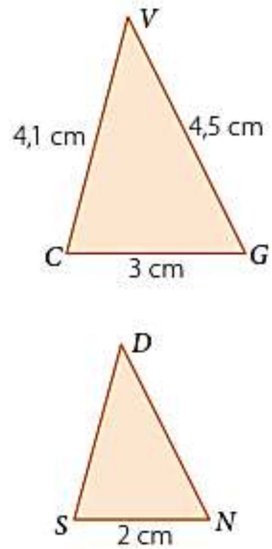



**Calcula la medida del lado que falta en los siguientes polígonos semejantes.**

**a.** Calcula la medida del lado $\overline{FE}$.




**b.** Calcula la medida de los lados $\overline{SD}$ y $\overline{ND}$.



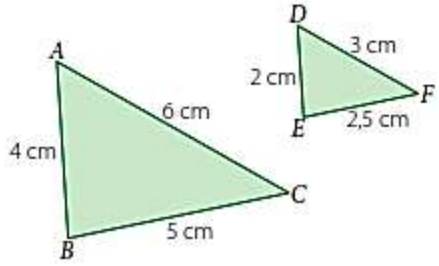
Colegio Santa Bárbara
Ramón Rosales N°785
Quilicura - Santiago
F. 607 12 39 info@santabarbara.cl
Profesor: Kenia Fuentes

Departamento de Matemática

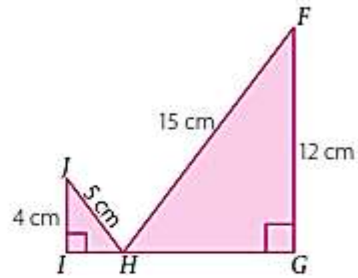
Profesora: Kenia Fuentes

**Determina qué criterio permite explicar la semejanza entre cada par de triángulos. Justifica tu respuesta.**

**a.**




**c.**




# Homotecia de forma vectorial

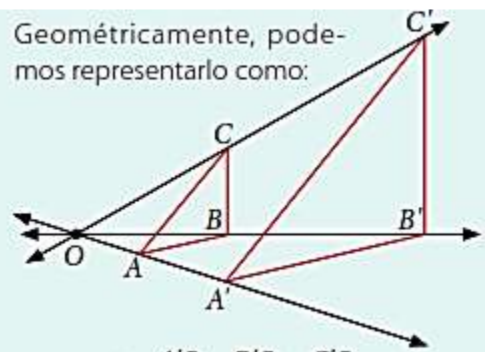
## OBJETIVO: REPRESENTAR EL CONCEPTO DE HOMOTECIA DE FORMA VECTORIAL, RELACIONÁNDOLO CON EL PRODUCTO DE UN VECTOR POR UN ESCALA

Una **homotecia** es una transformación geométrica que permite obtener una figura con igual forma a otra.

Dos figuras son **homotéticas** si al unir mediante rectas sus vértices correspondientes estas rectas concurren en un único punto, llamado **centro de homotecia** ($O$).

En una homotecia, la **razón** entre la distancia del centro de homotecia ($O$) al vértice de la figura imagen y la distancia del centro de homotecia ($O$) al vértice de la figura original se llama **razón de homotecia** ($k$).

Geométricamente, podemos representarlo como:




$$k = \frac{A'O}{AO} = \frac{B'O}{BO} = \frac{C'O}{CO}$$

Colegio Santa Bárbara
Formando emprendedores que saben escalar
Ramón Rosales N°785
Quilicura - Santiago
F. 607 12 39 info@santabarbara.cl
Profesor: Kenia Fuentes



En el plano cartesiano, un **vector** se puede representar como un segmento de recta orientado, determinado por dos puntos: un origen y un extremo. De esta manera, un vector se caracteriza por su longitud, dirección y sentido.

Al **multiplicar** un vector $\overrightarrow{w}$ por un **escalar** $\alpha$ se obtiene otro vector, que corresponde al **vector ponderado** de $\overrightarrow{w}$. Si $\overrightarrow{w} = (x, y)$, al multiplicar por $\alpha$ obtienes:

$$\alpha \cdot \overrightarrow{w} = \alpha \cdot (x, y) = (\alpha \cdot x, \alpha \cdot y) = (\alpha x, \alpha y)$$

Un vector ponderado cumple con lo siguiente:

- Mantiene la dirección del vector.
- Si $\alpha = 0$, se obtiene el vector nulo, es decir, $0 \cdot \overrightarrow{w} = 0 \cdot (x, y) = (0 \cdot x, 0 \cdot y) = (0, 0)$.
- Si $\alpha < 0$, el vector cambia de sentido.
- Si $\alpha > 0$, el vector mantiene el sentido.

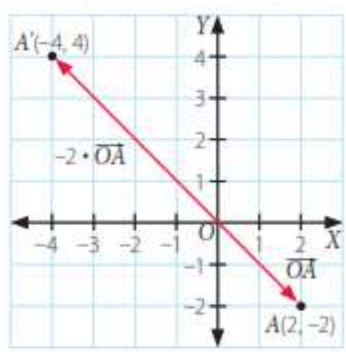
La homotecia nos permite crear distintas figuras semejantes a partir de una figura original.

**Ejemplo 1:**

**Si al punto $A(2, -2)$ se le aplica una homotecia de centro $O(0, 0)$, tal que el valor de la razón $k$ es $-2$, ¿cuáles son las coordenadas del punto que resulta luego de aplicada la homotecia?**

Una manera de resolverlo es trazar el vector que va desde el origen $O(0, 0)$ hasta el punto $A(2, -2)$, y luego multiplicar por el valor de la razón $k$, es decir: $k \cdot \overline{OA} = -2(2, -2) = (-4, 4)$, de donde se deduce que el punto imagen es $A'(-4, 4)$.

Gráficamente, se tiene:

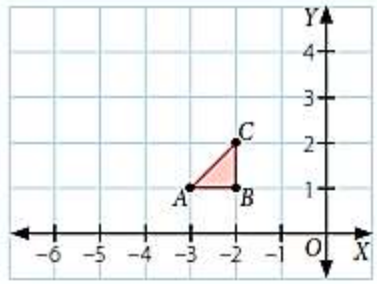



**Ejemplo 2:**

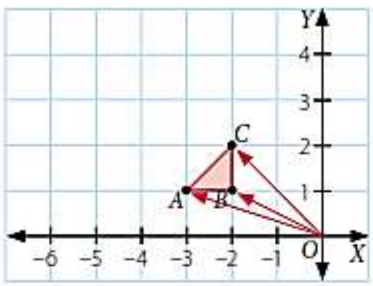
Ramón Rosales N°785
Quilicura - Santiago
F. 607 12 39 info@santabarbara.cl
Profesor: Kenia Fuentes



**En el plano cartesiano se representa el triángulo $ABC$. Si se le aplica una homotecia de centro $O(0, 0)$ y el valor de la razón de homotecia $k$ es 2, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices de la figura que resulta?**




1. Se trazan los vectores que van desde el origen a cada uno de los vértices, luego se multiplica cada uno de los vectores por el escalar $k$, es decir:




$k \cdot \overrightarrow{OC}$ ▸ $(2 \cdot -2, 2 \cdot 2) = (-4, 4)$

$k \cdot \overrightarrow{OB}$ ▸ $(2 \cdot -2, 2 \cdot 1) = (-4, 2)$

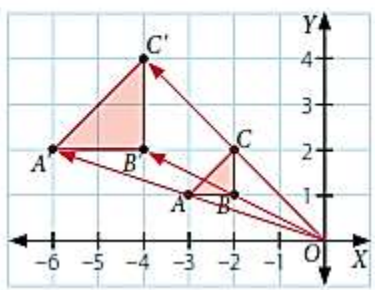
$k \cdot \overrightarrow{OA}$ ▸ $(2 \cdot -3, 2 \cdot 1) = (-6, 2)$

2. Al trazar los vectores, se tiene que los vértices de la figura que resulta son:

$A'(-6, 2)$

$B'(-4, 2)$

$C'(-4, 4)$



Colegio Santa Bárbara
Ramón Rosales N°785
Quilicura - Santiago
F. 607 12 39 info@santabarbara.cl
Profesor: Kenia Fuentes

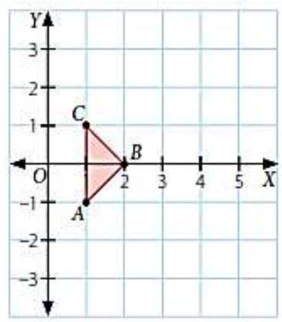
Departamento de Matemática

Profesora: Kenia Fuentes

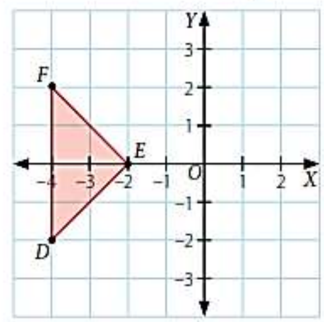
## Actividad:

**Aplica una homotecia a cada figura geométrica. Para ello, considera que el valor de la razón es $k$.**

**a.** Centro de homotecia $O$, $k = 2{,}5$.




**b.** Centro de homotecia $O$, $k = -0{,}5$.




**Resuelve el siguiente problema.**

A un triángulo de vértices $A(-2, 4)$, $B(-4, 6)$ y $C(-4, 2)$ se le aplica una homotecia de centro $O$ y valor de razón $k$, obteniéndose como imagen otro triángulo de vértices $A'(4, 4)$, $B'(8, 0)$ y $C'(8, 8)$.

**a.** ¿Cuáles son las coordenadas del centro $O$?

**b.** ¿Cuál es el valor de razón de homotecia?

Ejercita lo estudiado
Cuaderno de ejercicios

## UNIDAD: PROBABILIDAD Y ESTADISTICA.

## RELACION ENTRE DOS VARIABLES CUANTITATIVAS.

## OBJETIVOS:

- **REGISTRAR DISTRIBUCIONES DE DOS CARACTERÍSTICAS DISTINTAS DE UNA MISMA POBLACIÓN EN UNA NUBE DE PUNTOS.**

- **COMPARAR POBLACIONES MEDIANTE LA CONFECCIÓN DE GRÁFICOS “XY” PARA DOS ATRIBUTOS DE MUESTRAS, DE MANERA CONCRETA Y PICTÓRICA: • UTILIZANDO NUBES DE PUNTOS EN DOS COLORES. • SEPARANDO LA NUBE POR MEDIO DE UNA RECTA TRAZADA DE MANERA INTUITIVA.**

**Conceptos**

- Una **nube de puntos** corresponde a la gráfica de un conjunto de pares ordenados en el plano cartesiano, donde las coordenadas de cada punto corresponden a una **variable cuantitativa** en estudio.
- Las nubes de puntos se pueden presentar de muchas formas, por lo que identificar ciertas **tendencias** o comportamientos puede ayudar a obtener información sobre la relación que tienen las características estudiadas.

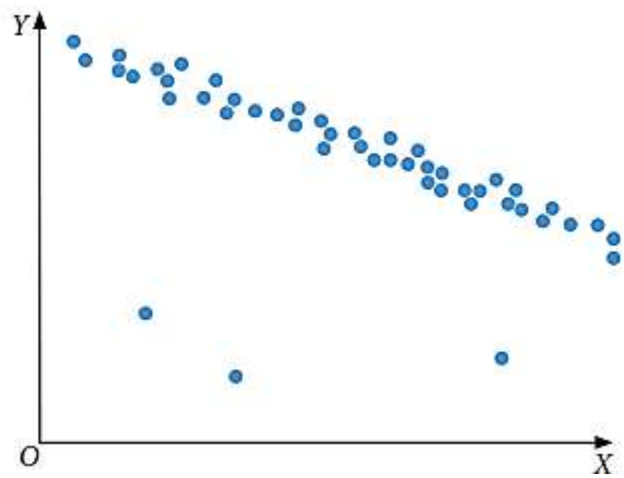
Colegio Santa Bárbara
Ramón Rosales N°785
Quilicura - Santiago
F. 607 12 39 info@santabarbara.cl
Profesor: Kenia Fuentes



Cuando una nube de puntos tiene una tendencia semejante a una recta o están en torno a una recta, diremos que las variables tienen una **relación lineal** o están **correlacionadas linealmente**.

Diremos que un punto es **aislado** (punto atípico u *outlier*) si en el gráfico muestra un comportamiento muy distinto al de los demás puntos.

**Detecta los puntos aislados en la siguiente nube, luego enciérralos.**




Recuerda que una variable puede ser cuantitativa o cualitativa. Es cuantitativa cuando sus valores son numéricos, por ejemplo la estatura o la masa corporal, y cualitativa si sus valores son categorías no numéricas, como color de ojos o pelo.

Representar relaciones entre variables te ayudará a mejorar su comprensión y análisis.

## EJEMPLO:

Colegio Santa Bárbara
Ramón Rosales N°785
Quilicura - Santiago
F. 607 12 39 info@santabarbara.cl
Profesor: Kenia Fuentes



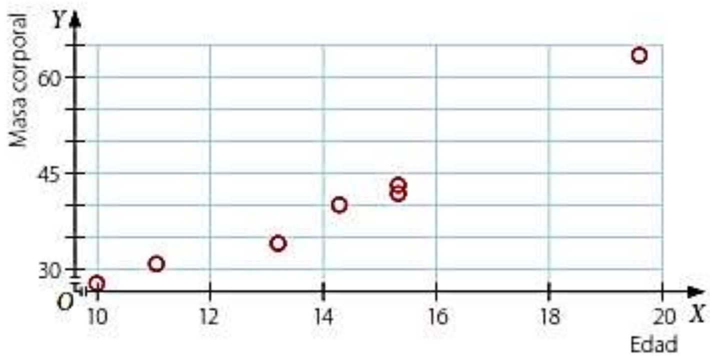
**La siguiente tabla corresponde a datos obtenidos mediante una encuesta que se les realizó a 10 personas sobre su masa corporal y edad.**

| Persona | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Edad | 10 | 13 | 15 | 14 | 11 | 17 | 19 | 15 | 17 | 11 |
| Masa corporal | 28 | 34 | 43 | 40 | 31 | 52 | 63 | 42 | 53 | 31 |

**Representa los datos de la tabla en una nube de puntos.**

Para graficar los datos, puedes seguir estos pasos:

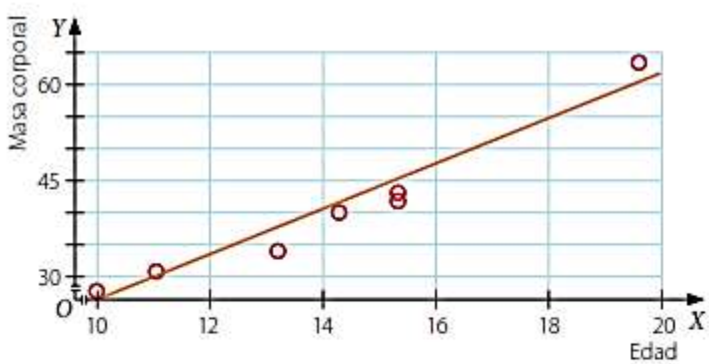
- Debes generar los puntos que conformarán la nube, es decir, los pares ordenados (edad, masa corporal) para cada persona; por ejemplo, a la persona 1 le corresponde el par (10, 28) y a la persona, 5 el par (11, 31).
- Construyes un plano cartesiano en el que el eje $X$ representa la edad y el eje $Y$, la masa corporal. Luego, ubicas los puntos.




**¿Se puede observar alguna relación entre las variables?**

Se puede observar una tendencia lineal, es decir, que las variables se relacionan, aproximadamente, de manera proporcional.

A continuación se observa que se podría trazar una línea recta para aproximar dicha relación.



Ramón Rosales N°785
Quilicura - Santiago
F. 607 12 39 info@santabarbara.cl
Profesor: Kenia Fuentes

Departamento de Matemática

Profesora: Kenia Fuentes

## ACTIVIDAD:

1. Representa los siguientes datos como nube de puntos.

   **a.** {(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8), (9, 9), (12, 3), (1, 3)}

   **b.** {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7)}

   **c.** {(1, 0), (10, 3), (3, 10), (4, 4), (8, 7), (9, 1), (2, 10)}

   **d.** {(0, 1), (2, 6), (3, 2), (5, 6), (2, 2), (3, 1), (6, 2)}

2. En cada una de las nubes del ítem anterior, determina si los puntos siguen algún patrón o parecen estar distribuidos al azar.

3. En las siguientes nubes de puntos, decide si se puede establecer alguna relación entre las variables. En el caso de que tu respuesta sea afirmativa, determina si la relación es lineal y si existen puntos atípicos. Justifica tu respuesta.