

INSTRUCTIVO.

Alumnos producto de la contingencia es importante que te apoyes académicamente de los textos, material mineduc, guías y también la plataforma de nuestro colegio.

Lee atentamente lo teórico para que desarrolles correctamente la parte práctica en su cuaderno.

Y lo mas importante es que se cuiden a ustedes y su entorno siguiendo las simples indicaciones de NO salir de casa y mantener un higiene y desinfección constante.

Saludos.

- cada ejercicio debes desarrollarlo y revisar en solucionarios si es que hay.
- Hay al final de la guía apoyo de internet con sus respectivos link.

MATEMÁTICA I° MEDIO

UNIDAD 1 – CLASE 2

OPERATORIAS EN LOS NÚMEROS RACIONALES

OBJETIVO DE APRENDIZAJE: CALCULAR OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES EN FORMA SIMBÓLICA

OBJETIVO ESPECÍFICO: EJERCITAR CONVERSIONES (DE FRACCIÓN A DECIMAL Y DE DECIMAL A FRACCIÓN). EJERCITAR OPERACIONES COMBINADAS.

Para consultas escribir al correo: victor.rivera@usach.cl

NÚMEROS RACIONALES

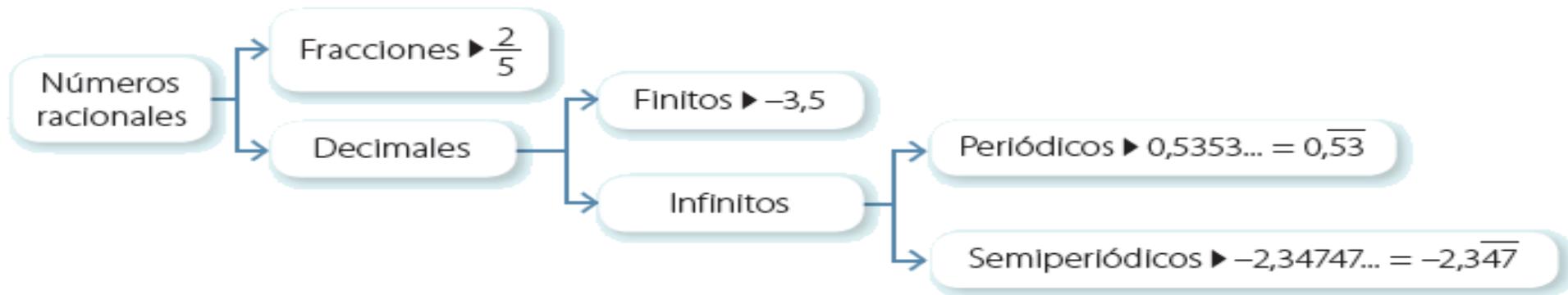
Primero, recordemos algunos conceptos sobre el conjunto de los números.

Conceptos

- ▶ Los números naturales (\mathbb{N}) se representan por $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$.
- ▶ Los números enteros (\mathbb{Z}) se representan por $\mathbb{Z} = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2\dots\}$.
- ▶ Los números racionales (\mathbb{Q}) se representan por:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \text{ tal que } a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

- ▶ El siguiente diagrama te ayudará a comprender el conjunto de los números racionales.



Simbólicamente se tiene que: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$, es decir, todo número natural es un número entero y todo número entero puede ser representado como un número racional.

NÚMEROS RACIONALES

Para continuar con las operaciones de números racionales, debemos tener claro como realizar las conversiones de las fracciones y decimales. Para eso, ingresa a los siguientes links y pon atención a los ejercicios:

- Convertir fracción a decimal.

<https://www.youtube.com/watch?v=3t7fQ2cPjxw>

- Convertir decimal finito a fracción.

<https://www.youtube.com/watch?v=mB5d5Q-Ygxl>

- Convertir decimal infinito periódico (o periódico puro) a fracción.

<https://www.youtube.com/watch?v=rO4bBIRmOLc>

- Convertir decimal infinito semiperiódico (o periódico mixto) a fracción.

<https://www.youtube.com/watch?v=59vzMf9QefM>

SUMA Y RESTA DE NÚMEROS RACIONALES

Ahora, revisemos algunos conceptos sobre la suma y resta de números racionales.

Conceptos

Para resolver una adición o sustracción de números racionales, considera lo siguiente:

- ▶ Si están representados como números decimales, los ordenas de manera vertical, con la condición de que la coma decimal quede alineada, y resuelves.
- ▶ Si están representados como fracciones, simbólicamente resuelves:

$$\text{Adición: } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\text{Sustracción: } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}$$

Donde $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, con $b \neq 0, d \neq 0$.

- ▶ En el caso que los números sean enteros, utilizas los procedimientos que ya has estudiado.

SUMA Y RESTA DE NÚMEROS RACIONALES

Observa el siguiente ejemplo de suma y resta de números racionales.

Ejemplo 2

Considera que $x = \frac{5}{7}$ y $z = 3,\bar{2}$. ¿Cuál es el resultado de la adición entre x y z ?

Para responder la pregunta, puedes seguir estos pasos:

1 $x + z = \frac{5}{7} + 3,\bar{2}$ → Reemplazas en la expresión.

2 $x + z = \frac{5}{7} + \frac{29}{9}$ → Representas como una fracción: $3,\bar{2} = \frac{32 - 3}{9} = \frac{29}{9}$.

3 $x + z = \frac{248}{63}$ → Sumas las fracciones: $\frac{5}{7} + \frac{29}{9} = \frac{5 \cdot 9 + 29 \cdot 7}{7 \cdot 9} = \frac{248}{63}$.

Respuesta: El resultado de $x + z$ es $\frac{248}{63}$.

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Ahora, revisemos algunos conceptos sobre la multiplicación de números racionales.

Conceptos

Para multiplicar números racionales debes tener en cuenta lo siguiente:

- ▶ Si son números decimales, los multiplicas de manera habitual, considerando que la posición de la coma decimal se desplaza, de derecha a izquierda, tantos lugares como cifras decimales tenga cada número decimal.
- ▶ Si están representados como fracciones, simbólicamente resuelves.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \text{ donde } a, b, c, d \in \mathbb{Z}, \text{ con } b \neq 0, d \neq 0.$$

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Observa el siguiente ejemplo de multiplicación de números racionales.

Ejemplo 1

Considera que $X = -\frac{8}{3}$, $Y = 2,1\bar{3}$, ¿cuál es el producto entre X e Y ?

Para responder la pregunta puedes seguir estos pasos:

1 $X \cdot Y = -\frac{8}{3} \cdot 2,1\bar{3}$ → Reemplazas en la expresión.

2 $X \cdot Y = -\frac{8}{3} \cdot \frac{32}{15}$ → Representas como una fracción: $2,1\bar{3} = \frac{213 - 21}{90} = \frac{192}{90} = \frac{32}{15}$

3 $X \cdot Y = -\frac{256}{45}$ → Resuelves: $-\frac{8}{3} \cdot \frac{32}{15} = -\frac{8 \cdot 32}{3 \cdot 15} = -\frac{256}{45}$

Respuesta: El resultado de $X \cdot Y$ es $-\frac{256}{45}$, o sea, el número decimal $-5,6\bar{8}$.

DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Ahora, revisemos algunos conceptos sobre la división de números racionales.

Conceptos

En el conjunto de los números racionales se tiene lo siguiente:

- ▶ El **inverso multiplicativo** o **recíproco** de un número $a \in \mathbb{Q}$, $a \neq 0$, se representa por $\frac{1}{a}$, y cumple que $a \cdot \frac{1}{a} = 1$.
- ▶ Para calcular el **cociente** entre dos números racionales, es posible resolver una multiplicación en la que el dividendo se multiplica por el inverso multiplicativo del divisor.

Simbólicamente:
$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad a, b, c, d \in \mathbb{Z}, \text{ con } b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0.$$

DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Observa el siguiente ejemplo de división de números racionales.

Ejemplo 2

Considera que $A = \frac{2}{5}$, $B = 1,\overline{2}$. ¿Cuál es el cociente de la división $A : B$?

Para responder a la pregunta, puedes seguir estos pasos:

1 $\frac{A}{B} = \frac{\frac{2}{5}}{1,\overline{2}}$ → Reemplazas en la expresión.

2 $\frac{A}{B} = \frac{2}{5} : \frac{11}{9}$ → Representas como una fracción: $1,\overline{2} = \frac{12-1}{9} = \frac{11}{9}$.

3 $\frac{A}{B} = \frac{2}{5} \cdot \frac{9}{11}$ → El inverso multiplicativo de $\frac{11}{9}$ es $\frac{9}{11}$.

4 $\frac{A}{B} = \frac{18}{55}$ → Resuelves $\frac{2}{5} \cdot \frac{9}{11} = \frac{18}{55}$.

Respuesta: El resultado de $\frac{A}{B}$ es $\frac{18}{55}$, que corresponde al número decimal $0,3\overline{27}$.

OPERACIONES COMBINADAS

Ahora, revisemos algunos conceptos para resolver operaciones combinadas.

Conceptos

Para resolver una **operación combinada**, resuélves en el siguiente orden:

1. Las operaciones que están en los paréntesis desde el más interior hasta el más exterior, de izquierda a derecha.
2. Las potencias.
3. Las multiplicaciones o las divisiones, de izquierda a derecha.
4. Las adiciones o las sustracciones.

OPERACIONES COMBINADAS

Observa el siguiente ejemplo de operaciones combinadas.

Ejemplo 1 Calcula el resultado de la siguiente expresión.

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 0,4\right) - 2 \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{5}\right) - \left(4^2 - \frac{3}{5} : 0,2\right)$$

1 Resuelves los paréntesis por separado.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 0,4\right) &= \frac{1}{5} - 0,4 && \rightarrow \text{Resuelves la multiplicación.} \\ &= \frac{1}{5} - \frac{4}{9} && \rightarrow \text{Conviertes el decimal en fracción.} \\ &= \frac{9 - 20}{45} = -\frac{11}{45} && \rightarrow \text{Calculas la resta.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{5}\right) &= 2 \cdot \left(\frac{15 + 2}{10}\right) = 2 \cdot \left(\frac{17}{10}\right) && \rightarrow \text{Resuelves la adición del paréntesis.} \\ &= \frac{17}{5} && \rightarrow \text{Resuelves la multiplicación.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(4^2 - \frac{3}{5} : 0,2\right) &= \left(16 - \frac{3}{5} : \frac{2}{10}\right) && \rightarrow \text{Resuelves la potencia.} \\ &= (16 - 3) && \rightarrow \text{Resuelves la división.} \\ &= 13 && \rightarrow \text{Calculas la resta.} \end{aligned}$$

2 Reemplazas los resultados y calculas las operaciones correspondientes.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 0,4\right) - 2 \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{5}\right) - \left(4^2 - \frac{3}{5} : 0,2\right) &= -\frac{11}{45} - \frac{17}{5} - 13 \\ &= \left(-\frac{11}{45}\right) + \left(-\frac{17}{5}\right) + (-13) && \rightarrow \text{Escribes como una adición de números racionales.} \\ &= \frac{(-11 \cdot 5) + (-17 \cdot 45)}{45 \cdot 5} + (-13) && \rightarrow \text{Resuelves la adición de fracciones negativas.} \\ &= \frac{(-55) + (-765)}{45 \cdot 5} + (-13) && \rightarrow \text{Calculas los productos del numerador.} \\ &= \frac{-820}{225} + (-13) = \frac{(-820) + (-13 \cdot 225)}{225} && \rightarrow \text{Resuelves la adición de fracciones.} \\ &= \frac{-3745}{225} \end{aligned}$$