Colegio Santa Bárbara
Formando emprendedores que suben escalones

Matemática IV° medio

Desigualdades

Intervalos

Resolver inecuaciones lineales con una incógnita en R.

UNIDAD 1: Álgebra: Modelamiento de fenómenos naturales, mediante conjuntos, la función de potencia. Inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales. Función inversa

OBJETIVO: Resolver inecuaciones lineales con una incógmita en R

HABILIDADES: Reconocer – Aplicar – Resolver

NESTOR ALBANO
nalbano1@Gmail.com

Definición de Desigualdad:

Se denomina desigualdad a toda relación de orden que se establece entre números reales u otras expresiones matemáticas, mediante la comparación “menor que” (<), “menor igual que” (≤), “mayor que” (>) y “mayor o igual que” (≥).

Una desigualdad es verdadera si la relación establecida se cumple. Para verificarla, se puede calcular el valor de las expresiones a ambos lados de la desigualdad, si fuera necesario.

INTERVALOS DE NUMEROS REALES.

Un intervalo es un **conjunto de números reales que se encuentra comprendido entre dos extremos a y b.** También se puede llamar subconjunto de la recta real.

Los intervalos numéricos en *R* son conjuntos de números reales y se representan mediante un segmento con o sin extremos. Pueden ser acotados o no acotados.

Por ejemplo, los números que satisfagan una condición **$1 \leq x \leq 5$** ó **[1;5]** implica un intervalo que va desde el 1 hasta el 5 incluyendo a ambos.

CLASIFICACION DE LOS INTERVALOS

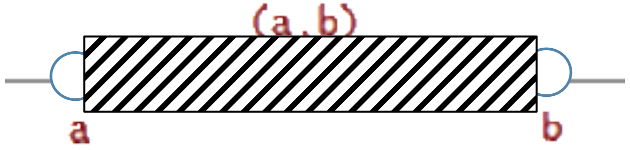
Nota

También pueden usar]a,b[: Abierto

1) Intervalo abierto:

Intervalo abierto (a,b), es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores que b.

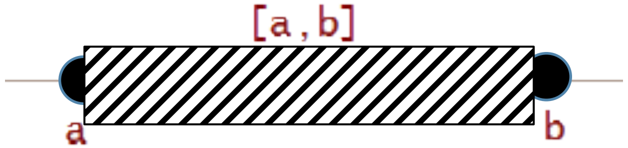
$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$



2) Intervalo cerrado

Intervalo cerrado [a,b], es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores o iguales que b.

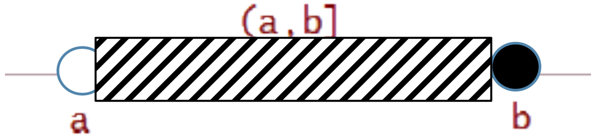
$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$



3) Intervalo semiabierto por la izquierda

Intervalo semiabierto por la izquierda (a,b] , es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores o iguales que b .

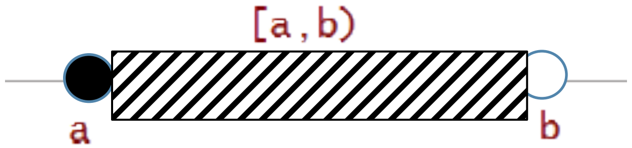
$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$



4) Intervalo semiabierto por la derecha

Intervalo semiabierto por la derecha [a,b) , es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores que b .

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$



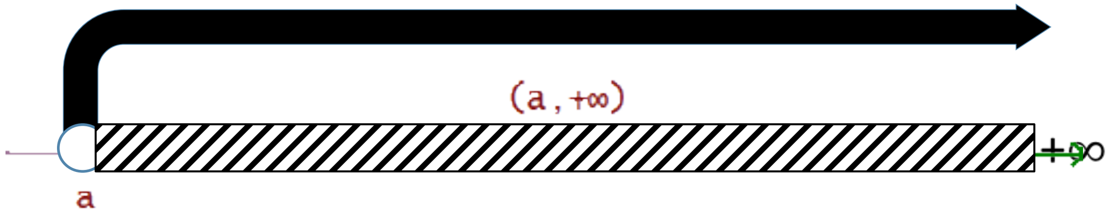
INTERVALOS INFINITOS:

1) Infinito por la derecha:

- **x > a**

Se define como el siguiente conjunto:

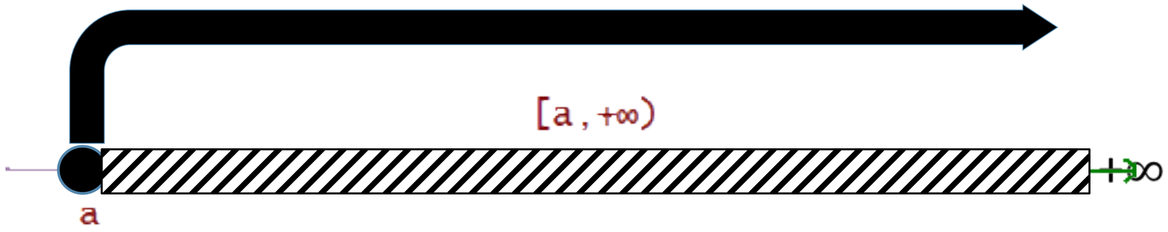
$(a, +\infty)=\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$



- **x ≥ a**

Se define como el siguiente conjunto:

$[a, +\infty)=\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$



2) Infinito por la izquierda:

- **x < a**

Se define como el siguiente conjunto:

$(-\infty,a)=\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$ - ∞

- **x ≤ a**

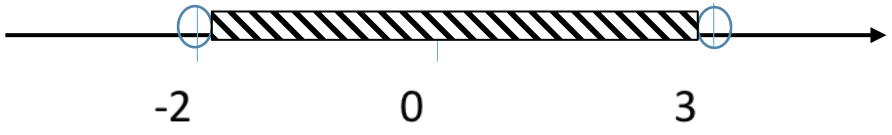
Se define como el siguiente conjunto:

$(-\infty,a]=\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$ -∞

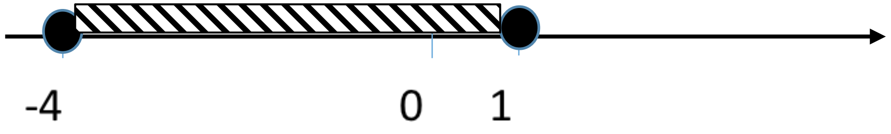
Ejemplos de Intervalos:

1) Expresar como intervalos y represente gráficamente los siguientes conjuntos.

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3\}$ Solución $(-2,3)$:

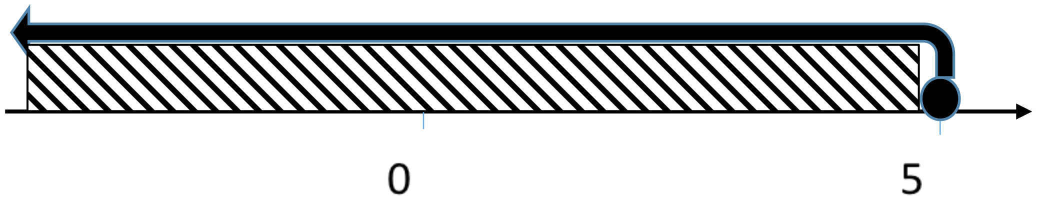


b) B = $\{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 1\}$ Solución $[-4,1]$:

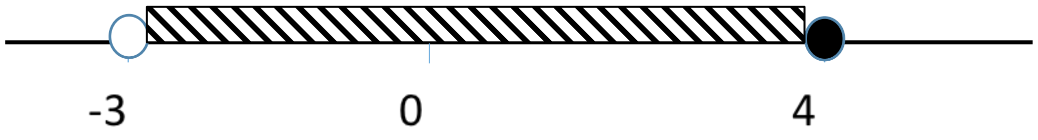


c) C = $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -1\}$ Solución $(-1,+\infty)$:

d) D = $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\}$ Solución $(-\infty,5]$: $-\infty$

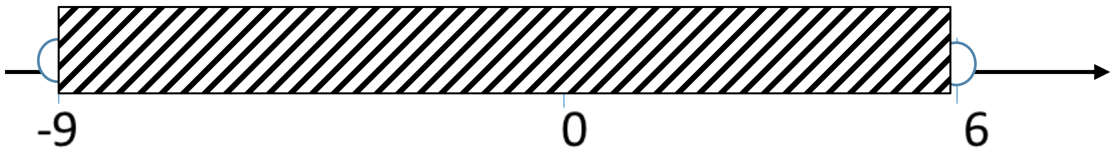


e) E = $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 4\}$ Solución $(-3, 4]$:

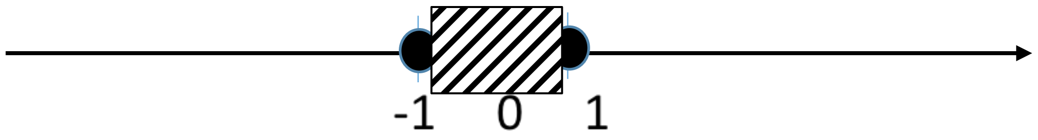


2) **Expresar en forma conjunto los siguientes intervalos.**

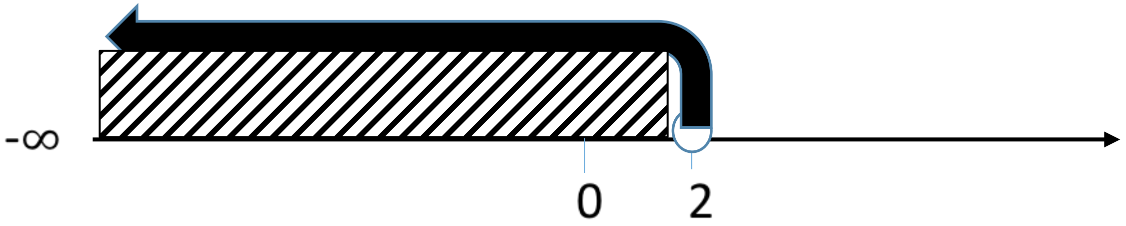
a) (-9,6) Solución: $\{x \in \mathbb{R} \mid -9 < x < 6\}$



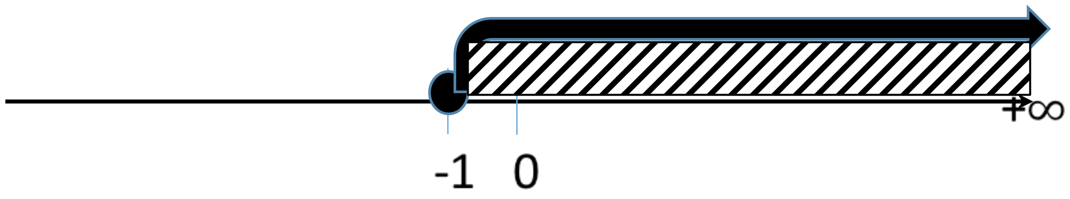
b) [-1, 1] Solución: $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$



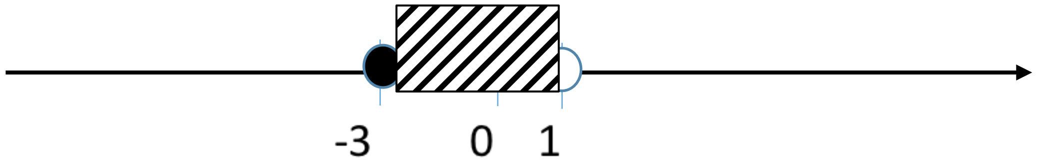
c) (-∞, 2) Solución: $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$



d) [-1, +∞) Solución: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$



e) [-3, 1) Solución: $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 1\}$



Inecuaciones:

Es la **desigualdad** existente entre dos expresiones algebraicas, conectadas a través de los signos: mayor **que** >, menor **que** <, menor o igual **que** ≤, así **como** mayor o igual **que** ≥, en la **que** figuran uno o varios valores desconocidos llamadas incógnitas, además de ciertos datos conocidos.

Resolución de inecuaciones lineales ejemplos:

1) $2(x+1)-3(x-2)<x+6$

Quitamos paréntesis multiplicando el primero por 2 y el segundo por −3:

$$2x+2-3x+6<x+6$$

Agrupamos términos semejantes

$$2x-3x-x<-2-6+6$$

Dividimos por −2 y cambiamos el sentido de la desigualdad

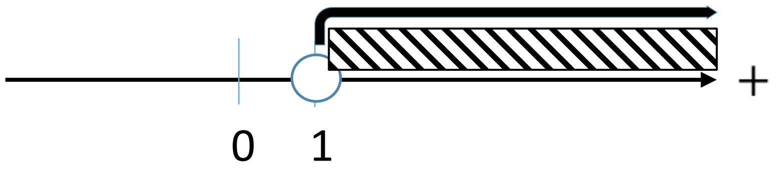
$-2x<-2$ Luego x > 1

$X \in (1,+\infty)$

Nota: Si una inecuación es multiplicada por un número negativo ella cambie de sentido

Solución: Hay que expresarla en forma de intervalo, en forma de conjunto y graficar.

$$(1,+\infty)=\{x \in \mathbb{R} \mid x>1\}$$



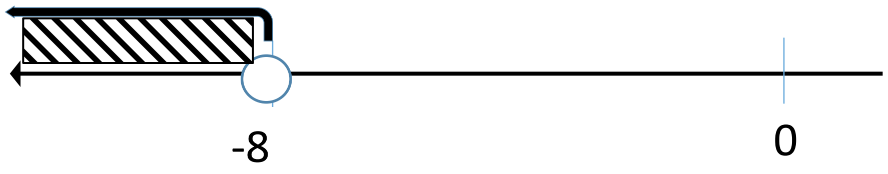
2) $2x+3+2(x+1) < -3(1-x)$

$$2x+3+2x+2 < -3+3x$$
$$4x+5 < -3+3x$$
$$4x-3x < -3-5$$
$$x < -8$$

X $\epsilon\,(-\infty, -8)$

Solución:

$(-\infty, -8)=\{x\,\epsilon\,\mathbb{R} \mid x<-8\}$



3) $x+2/4 + x-1/6$

Hallamos mínimo común múltiplo de 4,6 y 3 para eliminar denominadores:
mcm(4,6,3)= 12 , luego multiplicamos toda la inecuación por 12 y dividimos por el denominador de cada expresión y el resultado lo multiplicamos por los numeradores

$\cancel{12}.\,(x+2/\cancel{4} + x-1/\cancel{6} \leq \cancel{x}$

3 2 4

Veamos la primera fracción:

$\cancel{12}(x+2/\cancel{4}\,) \longrightarrow$ $3.(x+2)$ luego $3x+6$

$\cancel{12}(x-1/\cancel{6} \longrightarrow$ $2.(x-1)$ luego 2x - 2

$12(x+2/3\,)$ $4.(x+2)$ luego $4x+8$

La inecuación quedaría así:
$3x+6+2x-2\leq$ 4x + 8
Agrupamos términos semejantes
$3x+2x-4x\leq 8-6+2$
$x\leq 4$
Solución: X $\epsilon\,(-\infty, 4]$

$(-\infty, 4]=\{x\,\epsilon\,\mathbb{R} \mid x\leq 4\}$

4) $\frac{3x+1}{7} - \frac{2-4x}{3} \geq \frac{-5x-4}{14} + \frac{7x}{6}$

Hallamos el mínimo común múltiplo de los denominadores para quitar denominadores

$$m.c.m.(7,\ 3,\ 14,\ 6) = 42$$

42 se divide por cada uno de los denominadores, multiplicándose el cociente obtenido por el numerador correspondiente

$$6(3x+1) - 14(2-4x) \geq 3(-5x-4) + 49x$$

Quitamos paréntesis multiplicando el 1º por 6 y el 2º por −14 y el tercero por 3:

$$18x + 6 - 28 + 56x \geq -15x - 12 + 49x$$

Agrupamos términos

$$18x + 56x + 15x - 49x \geq -12 - 6 + 28$$

Reducimos los términos semejantes. Simplificamos dividiendo por 10
Dividimos en los dos miembros por 4

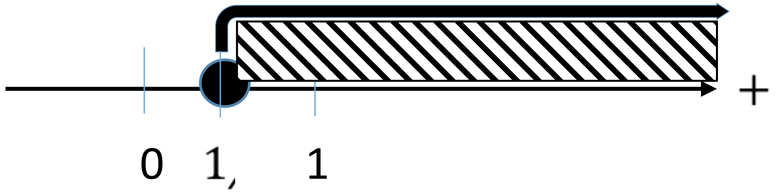
https://www.youtube.com/watch?v=tyt6T1Ukq3w

https://www.youtube.com/watch?v=-tyegH11pyc

https://www.youtube.com/watch?v=uwxehcPW1m4

$40\,x \geq 10$ luego $4x \geq 1$ *entonces* $x \geq 1/4$

Solución:
X $\epsilon[1/4$,+c



$[1/4\ \ ,+\infty)=\{x\ \epsilon\ \mathbb{R}\ |\ x \geq 1/4$