

## III Medio Matemática común

### Cálculo de medidas de dispersión para datos no agrupados: Varianza, Desviación típica o estándar y coeficiente de variación

Unidad : El uso de datos estadísticos y de modelos probabilísticos para la toma de decisiones.

Objetivo: Construir tablas de frecuencia para datos no agrupados dados y calcular sus medidas de dispersión(varianza, desviación estándar o típica y coeficiente de variación).

Habilidades: -Reconocer – Aplicar - Resolver

Profesor: Néstor Albano  
[nalbano1@gmail.com](mailto:nalbano1@gmail.com)

## **Varianza Definición**

La varianza es una medida de dispersión que representa la variabilidad de una serie de datos respecto a su [media](#). Formalmente se calcula como la suma de los residuos al cuadrado divididos entre el total de observaciones.

Antes de ver la fórmula de la varianza, debemos decir que la varianza en estadística es muy importante. Ya que aunque se trata de una medida sencilla, puede aportar mucha información sobre una variable en concreto

## **Fórmula para calcular la varianza:**

La unidad de medida de la varianza será siempre la unidad de medida correspondiente a los datos pero elevada al cuadrado. La varianza siempre es mayor o igual que cero. Al elevarse los residuos al cuadrado es matemáticamente imposible que la varianza salga negativa. Y de esa forma no puede ser menor que cero.

También podemos decir :

La varianza es la media aritmética del cuadrado de las desviaciones respecto a la media de una distribución estadística. La varianza se representa por  $\sigma^2$

$$Var(x) = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i/n$$

Donde:

- $X$ : variable sobre la que se pretenden calcular la varianza  $\sigma^2$
- $x_i$ : observación número  $i$  de la variable  $X$ .  $i$  puede tomar valores entre 1 y  $n$ .
- $n$ : número de observaciones.
- $\bar{x}$ : Es el promedio de la variable  $X$ .
- $F_i$ : frecuencia absoluta

También podemos decir:

La varianza es la media aritmética del cuadrado de las desviaciones respecto a la media de una distribución estadística. La varianza se representa por:  $\sigma^2$

### Cálculo de la varianza Procedimiento:

1. Selección de la muestra

2. Plantea la fórmula de la varianza

$$Var(x) = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

3. Calcule la media o promedio

4. Restar la media a cada valor.

5. Luego elevar el resultado al cuadrado

6. Sumar estos resultados.

7. Aplicar la formula a los datos obtenidos

Ejemplo de Varianza:

1) Calcular la varianza de la distribución: 6,5,7,8,9,10,10,5,6,7,6,4

Realizamos una tabla para facilitar los cálculos.

Calculamos el promedio o media aritmética:  $x = \sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i / n$ , donde  $n$  es el total de datos  $n=12$

$x_i$	$f_i$	$f_i \cdot x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
4	1	4	-2,92	8,51	8,51
5	2	10	-1,92	3,67	7,35
6	3	18	-0,92	0,84	2,52
7	2	14	0,08	0,01	0,01
8	1	8	1,08	1,17	1,17
9	1	9	2,08	4,34	4,34
10	2	20	3,08	9,51	19,01

$$\sum_{i=1}^n f_i = 12$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i = 42,91$$

$$x = \sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i / n = 83 / 12 = 6,9167$$

$$Var(x) = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i / n = 42,91 / 12 = 3,5758$$

# Desviación Estandar.

La varianza no se puede comparar con la media aritmética, ya que el resultado de la varianza está en unidades cuadradas y el resultado de la media en unidades lineales. Por esta razón, utilizamos la **desviación típica o estandar**, que no es más que la raíz cuadrada de la varianza:

$$\sigma = \sqrt{\text{Varianza}}$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i / n}$$

Ejemplo desviación estándar:

1) Calcular la desviación estándar de la siguiente distribución: 2,3,4,5,6,3,5,2

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i / n = 30 / 8 = 3,75$$

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i / n = 15,5 / 8 = 1,93$$

$x_i$	$f_i$	$f_i \cdot x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
2	2	4	-1,75	3,06	6,13
3	2	6	-0,75	0,56	1,13
4	1	4	0,25	0,06	0,06
5	2	10	1,25	1,56	3,13
6	1	6	2,25	5,06	5,06

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i / n} = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{1,93} = 1,38$$

$$\sum_{i=1}^n f_i = 8$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i = 15,5$$

## Coeficiente de variación

El coeficiente de variación es una medida estadística que se calcula dividiendo la desviación típica entre el valor absoluto de la media y multiplicando por 100 (para obtener el resultado en tanto por ciento):

$$C.V. = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} \cdot 100$$

**Coeficiente de variación:** Se utiliza cuando se desea hacer referencia a la relación entre el tamaño de la media y la variabilidad de la variable

A mayor valor del coeficiente de variación mayor heterogeneidad de los valores de la variable; y a menor C.V., mayor homogeneidad en los valores de la variable. Por ejemplo, si el C.V es menor o igual al 80%, significa que la media aritmética es representativa del conjunto de datos, por ende el conjunto de datos es "**Homogéneo**". Por el contrario, si el C.V supera al 80%, el promedio no será representativo del conjunto de datos (por lo que resultará "**Heterogéneo**").

La varianza y la desviación estándar permiten cuantificar la dispersión dada por la desviación media. • La varianza ( $\sigma^2$ ) corresponde a la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones de los n datos. Se expresa en unidades cuadradas.

Ejemplo coeficiente de variación.

Calcular el coeficiente de variación de la siguiente distribución: 12,13,14,15,16,12,15,15,16,12

$x_i$	$f_i$	$f_i \cdot x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
12	3	36	-2,00	4,00	12,00
13	1	13	-1,00	1,00	1,00
14	1	14	0,00	0,00	0,00
15	3	45	1,00	1,00	3,00
16	2	32	2,00	4,00	8,00

$$Var(x) = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{n} = \frac{24}{10} = 2,4$$

$$\sum_{i=1}^n f_i = 10 \quad \sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i}{n} = \frac{140}{10}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{n}} = \sqrt{2,4} = \sqrt{\text{Varianza}} = 1,54$$

$$c.v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100$$

$$C.V = \frac{1,54}{14} \cdot 100 = 11 \%$$