

MATEMÁTICAS III MEDIO

Probabilidades Condicionales

Unidad 1: El uso de datos estadísticos y de modelos probabilísticos para la toma de decisiones.

OA2P: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de tendencia central, dispersión y probabilidad condicionada

Habilidades: Reconocer, aplicar, resolver, calcular

Profesor Néstor Albano
Correo: nalbano1@gmail.com

<https://www.youtube.com/watch?v=rMacfQdvDyY>

<https://www.youtube.com/watch?v=nVOL-H5Ozgz&list=PLunRFUHsCA1xwCB-gqwgNNFRfxg2di&index=3>

<https://www.youtube.com/watch?v=iRvdGXnMqeQ>

Definición:

Probabilidad condicional o condicionada, es la **probabilidad** de que ocurra un evento A, sabiendo que también sucede otro evento B. La **probabilidad condicional** se escribe $P(A|B)$ o $P(A/B)$, y se lee «la **probabilidad** de B dado A».

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \quad \text{si } P(A) \neq 0$$

Definición Regla Laplace

En el caso de que todos los resultados de un experimento aleatorio sean equiprobables, Laplace define la probabilidad de un suceso **A** como el cociente entre el número de resultados favorables a que ocurra el suceso **A** en el experimento y el número de resultados posibles del experimento.

Así, podemos resumirlo con la siguiente fórmula::

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables a A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

Experimento aleatorio: Es un experimento en el que no se puede predecir previamente el resultado. Por ejemplo, el lanzamiento de un dado.

Ejemplo aclaratorio: El del lanzamiento de un dado. Definamos los conceptos con los que debes familiarizarte.



Espacio muestral: Son todos los posibles resultados del experimento. En nuestro ejemplo, el espacio muestral estaría compuesto por estos resultados: "obtener un 1", "obtener un 2", "obtener un 3", "obtener un 4", "obtener un 5" y "obtener un 6". **Nota: El Espacio muestral lo denotaremos con la letra: Ω**

Suceso: es cualquier parte del espacio muestral. Algunos sucesos podrían ser: "obtener un 3", "obtener un número par", "obtener un número mayor a 4"

Dentro de los sucesos destacamos:

Suceso seguro: Es el que siempre se verifica. Por ejemplo, un suceso seguro sería "obtener un número menor que 7".

Suceso imposible: Es el suceso que no se puede obtener. Por ejemplo, un suceso imposible sería "obtener un número mayor que 10".

Suceso unión: Es el suceso que se obtiene por unión de otros. Por ejemplo, un suceso unión sería "obtener un 1 o un 2".

Suceso intersección: Es el suceso que se obtiene cuando se verifican otros dos. Por ejemplo, el suceso intersección de: "obtener un número par" y "obtener un número mayor que 3" sería el suceso unión "obtener 4 o 6".

Ejemplos : Regla de Laplace

1) Si lanzamos un dado y consideramos el suceso **A="obtener un 3"**, tenemos que:

Casos favorables a **A**= {3} =1

Total de casos posibles= {1,2,3,4,5,6} =6

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables a A}}{\text{Número de casos posibles}} = \frac{1}{6}$$

Por lo tanto, la probabilidad del suceso A será: $P(A) = \frac{1}{6}$

2) Si lanzamos un dado y consideramos el suceso A="obtener un número mayor a 2", tenemos que:

Casos favorables a **A**: {3,4,5,6}=4

Total de casos posibles= {1,2,3,4,5,6} =6

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables a A}}{\text{Número de casos posibles}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Por lo tanto, la probabilidad del suceso A será: $P(A) = \frac{2}{3}$

3) Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si A= sacar par y B= sacar mayor que 2. Calcular : $P(A \cap B)$

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = 6$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{6}} \rightarrow \boxed{P(A \cap B) = \frac{1}{3}}$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$A \cap B = \{4, 6\} = 2$$

Ejemplos: Probabilidad Condicional.

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \quad \text{si } P(A) \neq 0$$

1) Calcular la probabilidad de obtener 4 al tirar un dado, sabiendo que ha salido un número par.

$$A = \text{Número par: } \{2, 4, 6\}$$

$$B = \text{Obtener cuatro: } \{4\}$$

$$A \cap B = \{4\}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{\cancel{6}}}{\frac{\cancel{6}}{3}} = \frac{1}{3} \rightarrow P(A/B) = 0,333 \quad \text{Luego llevamos el resultado a \% multiplicando por 100}$$

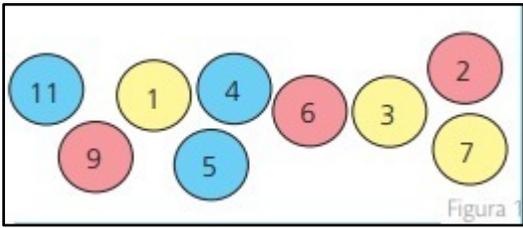
$$P(A/B) = 0,333 \cdot 100 \rightarrow P(A/B) = 33,33\%$$

$$\boxed{\text{Respuestas: } P(A/B) = \frac{1}{3} \quad \text{ó} \quad P(A/B) = 33,33\%}$$

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

2) Se extrae una bolita al azar desde una urna que contiene 11 bolitas, como se muestran en la imagen. Si se sabe que la bolita extraída tiene un número mayor que 4, ¿cuál es la probabilidad de que sea par?



Solución: Considera los sucesos: A = extraer una bolita con un número mayor que 4 y B = extraer una bolita con un número par.

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\} = 7$

$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$A \cap B = \{6, 8, 10\} = 3$

$P(A) = \frac{7}{11}$ $P(A \cap B) = \frac{3}{11}$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{11}}{\frac{7}{11}} = \frac{3}{7} \rightarrow P(B/A) = 0,4285 \text{ Luego llevamos el resultado a \% multiplicando por 100}$$

$P(B/A) = 0.4285 \cdot 100 \rightarrow P(B/A) = 42,85\%$

Respuestas : $P(B/A) = 0,4285$ ó $P(B/A) = 42,85\%$

3) Se realizó una encuesta sobre hábitos de lectura que se resumen por medio de la siguiente tabla. Determinar: $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$, si $P(A) \neq 0$

	Lee gusta leer	No Lee gusta leer	Total
Hombre	10	20	30
Mujer	90	30	120
Total	100	50	150

a) Probabilidad de elegir una persona al azar que le guste leer y sea mujer

Total : 150

$A(\text{mujer}) = 120$ $P(A) = \frac{120}{150} \rightarrow P(A) = \frac{12}{15}$

$B(\text{Le guste leer}) = 100$

$A \cap B = 90$ $P(A \cap B) = \frac{90}{150} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{9}{15}$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{9}{15}}{\frac{12}{15}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \rightarrow P(B/A) = 0,75 \text{ Luego } P(B/A) = 0,75 \cdot 100 \rightarrow P(B/A) = 75\%$$

Solución : $P(B/A) = 0,75$ ó $P(B/A) = 75\%$

b) Probabilidad de elegir una persona al azar que no le guste leer y sea mujer.

Total : 150

$$A(\text{mujer}) = 120 \quad P(A) = \frac{120}{150} \rightarrow P(A) = \frac{12}{15}$$

B(no Le guste leer)=50

$$A \cap B = 30 \quad P(A \cap B) = \frac{30}{150} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{15}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{15}}{\frac{12}{15}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \rightarrow P(A/B) = 0,25 \quad \text{Luego } P(A/B) = 0,25 \cdot 100 \rightarrow P(A/B) = 25\%$$

$$\underline{\text{Solución : } P(A/B) = 0,25 \quad \text{ó} \quad P(A/B) = 25\%}$$

c) Probabilidad de elegir una persona al azar que le guste leer y sea hombre.

Total : 150

$$A(\text{hombre}) = 30 \quad P(A) = \frac{30}{150} \rightarrow P(A) = \frac{3}{15}$$

B(Le guste leer)=100

$$A \cap B = 10 \quad P(A \cap B) = \frac{10}{150} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{15}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{3}{15}} = \frac{1}{3} \rightarrow P(A/B) = 0,333 \quad \text{Luego } P(A/B) = 0,333 \cdot 100 \rightarrow P(A/B) = 33,3\%$$

$$\underline{\text{Solución : } P(A/B) = 0,333 \quad \text{ó} \quad P(A/B) = 33,3\%}$$

4) En una clase de III medio el 50% aprueba matemáticas , el 60% aprueba física y el 30% aprueba matemáticas y física. Si se selecciona al azar un estudiante.¿Cuál es la probabilidad que apruebe matemáticas y aprobó física.

$$A = \{\text{Aprueba Física}\} : P(A) : 60\% \quad \text{Luego } P(A) = 0,60$$

$$B = \{\text{Aprueba Matemáticas}\} : P(B) = 50\%$$

$$P(A \cap B) = 30\% \quad \text{Luego } P(A \cap B) = 0,30$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,30}{0,60} \rightarrow P(A/B) = 0,5 \quad \text{Luego } P(A/B) = 0,50 \cdot 100 \rightarrow P(A/B) = 50\%$$

$$\underline{\text{Solución : } P(A/B) = 0,5 \quad \text{ó} \quad P(A/B) = 50\%}$$

Actividad

✓ Aplicar Regla de Laplace

- 1) Si se lanzan dos moneda . ¿Cuál es la probabilidad de obtener 2 caras?
- 2) Si lanzamos un dado .¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar?
- 3) Si lanzamos un dado. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor a 2?
- 4) En el experimento de lanzar un dado de 6 caras calcular la probabilidad de
 - a) Sacar el número 1
 - b) Sacar un múltiplo de 3
 - c) Sacar un número par
 - d) Sacar el número 8

✓ **Aplicar Probabilidad Condicional**

- 5) En el experimento de lanzar un dado.¿Cuál es la probabilidad que sea un número par, sabiendo que el número que salió es mayor que 3?
- 6) En una ciudad el 31% de sus habitantes tiene un perro como mascota ,el 54 % tiene un gato y el 12 % tiene gato y perro. Se toma al azar un habitante de esta ciudad, el cuál tiene un gato.¿ Cual es la probabilidad que tenga un perro?
- 7) La probabilidad de encontrar laptops en descuentos en cierta tienda es del 13 %, la de encontrar mouse en descuentos es del 35%. El 7,8 de las veces se encuentra ambos artículos en descuentos. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el mouse en descuento si ya sabemos que la laptops lo tienen.?
- 8) Se realizó una encuesta sobre personas casadas y solteras en un edificio de Santiago, que se resumen por medio de la siguiente tabla. Determinar:

	Casados(as)	Solteros(as)	Total
Hombre	40	10	50
Mujer	80	30	110
Total	120	40	160

- a) Probabilidad de elegir una persona al azar que sea casado y sea mujer.
- b) Probabilidad de elegir una persona al azar que sea soltero y sea hombre.
- c) Probabilidad de elegir una persona al azar que sea casado y sea hombre.
- d) Probabilidad de elegir una persona al azar que sea soltera y sea mujer.