Departamento de Matemáticas
Profesor: Néstor Albano

Colegio Santa Bárbara
Formando emprendedores que suben escalones

GUIA N° 2 SÍNTESIS Y EVALUACIÓN FORMATIVA. IV MEDIO.

NOMBRE: ______________________________________ IV_____

RESOLUCIÓN SISTEMAS DE ECUACIONES. MÉTODO DE REDUCCIÓN

OA: Mostrar que comprenden la resolución de sistemas de ecuaciones por el método de reducción y la aplicación de la fórmula, en la resolución de ecuaciones de segundo grado.

Es un conjunto de dos o más ecuaciones con varias incógnitas en la que deseamos encontrar una solución común. Ejemplo: $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 6x-4y=2 \end{cases}$

Pasos para resolver un sistema de ecuaciones, por el método de reducción:

1) Se preparan las dos ecuaciones, multiplicándolas por un numero tal que las ecuaciones resultantes tengan un coeficiente en común y diferente signo .

2) Realizamos una resta (o suma según sea el caso de los signos de los coeficientes) para desaparecer (**eliminar**) una de las incógnitas.

3) Se resuelve la ecuación resultante.

4) El valor obtenido se sustituye en una de las ecuaciones iniciales y se resuelve.

5) Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Ejemplo1: Resolver el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 3x-4y=2 & (1) \\ 2x+5y=9 & (2) \end{cases}$

$$\begin{matrix} -2 \\ 3 \end{matrix}\begin{cases} 3x-4y=2 \\ 2x+5y=9 \end{cases}$$

Multiplicamos ambas ecuaciones por los coeficientes de la variable x o y, los cruzamos, de ser necesario, cualquiera de los dos coeficientes, lo elegimos negativo.

$$\begin{cases} -6x+8y=-4 \\ 6x+15y=27 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cancel{-6x}+8y=-4 \\ \cancel{6x}+15y=27 \end{cases}$$

Ahora sumamos las ecuaciones y cancelamos x, luego Luego despejamos la variable y.

$$0x+23y=23 \quad 23y=23 \quad \rightarrow y=\frac{23}{23}=1 \quad \rightarrow \boxed{y=1}$$

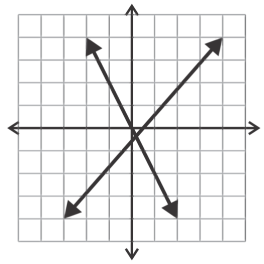
Despejamos x en la ecuación (1) y sustituimos la y=1

$3x-4y=2$ Despejamos x

$3x=2+4y \quad \rightarrow \quad x=\dfrac{2+4y}{3}$ ahora sustituimos y=1 $\rightarrow \quad x=\dfrac{2+4(1)}{3}=\dfrac{2+4}{3}=\dfrac{6}{3}$ luego $\boxed{x=2}$

El sistema es compatible determinado. (Tiene una unica solución)

Compatible determinado: Tiene una única solución y la representación son dos rectas que se cortan en un punto



.

Ejemplo 2: $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x+2y=8 \end{cases}$

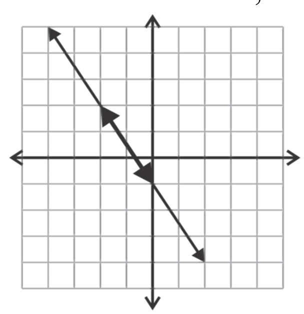
$\begin{array}{r} -2 \\ 1 \end{array}\begin{cases} x+y=4 \\ 2x+2y=8 \end{cases}$ Multiplicamos por los coeficientes de la variable x cruzados y cambiamos signo

$\begin{cases} -2x-2y=-8 \\ 2x+2y=8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cancel{-2x} - \cancel{2y} = \cancel{-8} \\ \underline{\cancel{2x} + \cancel{2y} = \cancel{8}} \end{cases}$ Luego sumamos y cancelamos

$0=0$ (Tiene infinitas soluciones)

Ahora todo cancela. Al cancelar todo, podemos decir; que el sistema es compatible indeterminado.

Compatible indeterminado: Tiene infinitas soluciones, la representación son dos rectas que coinciden.



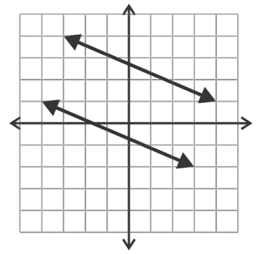
Ejemplo 3. $\begin{cases} x+2y=10 \\ 2x+4y=5 \end{cases}$

$\begin{array}{r} -4 \\ 2 \end{array}\begin{cases} x+2y=10 \\ 2x+4y=5 \end{cases}$ En esta ocación voy a eliminar la y, cruzamos los coeficientes de y para multiplicar el sistema y a cambiamos el signo de alguno de los dos.

$\begin{cases} -4x-8y=40 \\ 4x+8y=10 \end{cases}$ *luego* $\begin{cases} \cancel{-4}x \cancel{-8}y=40 \\ \underline{\cancel{4}x+\cancel{8}y=10} \end{cases}$ En está oportunidad todo cancela, pero exixte una contradicción, la contradicción es la siguiente 0=50, cuando eso ocurra el

$0 \ = \ 50$ sistema es incompatible. (No tiene solución)

Incompatible: No tiene solución, la representación son dos rectas paralelas.



Actividad 1: Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones e indicar, si es; compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible.

$$a)\begin{cases}4x+5y=-22\\ 2x-4y=2\end{cases} \qquad b)\begin{cases}3x+3y=2\\ 6x+6y=4\end{cases}$$

Ecuación de 2do. Grado.

Si en una ecuación la incógnita se encuentra elevada al cuadrado, decimos que es una ecuación de segundo grado (llamadas también ecuaciones cuadráticas), que se caracterizan porque pueden tener dos soluciones (aunque también una sola, e incluso ninguna). Cualquier ecuación de segundo grado o cuadrática se puede expresar de la siguiente forma: $ax^2 + bx + c = 0$, Donde a, b y c son unos parámetros que habrá que sustituir por los números reales que corresponda en cada caso particular.

$$Fórmula: \boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

Ejemplo: Resolver utilizando la ecuación de 2do. grado: $3x^2-5x-2=0$

Solución: La ecuación de seguno grado tiene la forma: ax^2+bx+c.

Entonces $a=3$ $\quad b=-5$ $\quad$ c= -2 , sustituyamos eso valores en la ecuación. $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot(3)\cdot(-2)}}{2\cdot(3)}$; *Explicando* $(-5)^2=25$ *,todo número elevado a la 2 es positivo*

$-4\cdot(3)\cdot(-2)=24$ multiplicamos los números y los signos.

Luego resolvemos $x=\dfrac{5\pm\sqrt{25+24}}{6} \rightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{49}}{6} \rightarrow x=\dfrac{5\pm 7}{6}=\begin{cases}x_1=\dfrac{5+7}{6}=\dfrac{12}{6}=2 \rightarrow \boxed{x_1=2}\\ x_2=\dfrac{5-7}{6}=\dfrac{\cancel{-2}^{2}}{\cancel{6}^{2}}=-\dfrac{1}{3} \rightarrow \boxed{x_2=-\dfrac{1}{3}}\end{cases}$

Departamento de Matemáticas
Profesor: Néstor Albano

Colegio Santa Bárbara
Formando emprendedores que suben escalones

Resolución de ecuaciones de segundo grado incompletas

1er.Caso : $ax^2 + bx = 0$ *Ejemplos :*

a) $x^2 + 5x = 0$ Sacamos factor común x

$x(x+5)=0$ Para que, una multiplicación sea igual a cero,

$\boxed{x_1=0}$ primer término, ó el segundo; es igual a cero.

$x+5=0$ despejamos x, pasamos el número del otro lado

$\boxed{x_2=-5}$ de la igualdad y cambiamos el signo

b) $2x^2 - 6x = 0$ Sacamos factor común 2x

$2x \cdot (x-3) = 0$

$2x=0 \rightarrow x=\frac{0}{2}=0$ entonces $\boxed{x_1=0}$

$x-3=0$ Despejamos la x

$x=3$ entonces $\boxed{x_2=3}$

2do. Caso : $ax^2 + c = 0$ *Ejemplos :*

a) $2x^2 - 50 = 0$ *En primer lugar pasamos el 50 al segundo*

$2x^2 = 50$ *miembro cambiado de signo.*

$x^2 = \frac{50}{2} = 25$ *Pasamos el coeficiente 2 al 2do. miembro, dividiendo.*

$x = \pm\sqrt{25} = \begin{cases} x_1 = +5 \\ x_2 = -5 \end{cases}$ *Se efecúa la raíz cuadrada en los dos miembros.*

b) $x^2 + 10 = 0$

$x^2 = -10 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{-10} \quad \notin \sim$

Por ser el radicando negativo no tiene solución en los números reales.

Estudio de las soluciones de la ecuación de 2º grado

Dada una ecuación de segundo grado completa : $ax^2 + bx + c = 0$

$b^2 - 4ac$ *se llama discriminante de la ecuación.* $\frac{-b \pm \sqrt{\boxed{b^2-4ac}}}{2a} \rightarrow$ **Discriminante**

El discriminante permite averiguar en cada ecuación el número de soluciones. Podemos distinguir tres casos :

1) $b^2 - 4ac > 0$ (***La ecuación, tiene dos soluciones, que son dos números reales distintos).***

Ejemplo: $x^2 - 5x + 6 = 0$ $a=1$ $b=-5$ $c=6$

Observemos el discriminante: $b^2 - 4ac$ Sustituimos los valores de a,b y c

$(-5)^2 - 4\cdot(1)\cdot(6) = 25-24 = 1$ y $1>0$ Aplicamos: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4\cdot(1)\cdot(6)}}{2(1)} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5\pm\sqrt{1}}{2} = \frac{5\pm 1}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} \rightarrow \boxed{x_1 = 3} \\ x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} \rightarrow \boxed{x_2 = 2} \end{cases}$$

2) b² - 4ac = 0 (***La ecuación tine una solución doble***)

Ejemplo: $x^2 - 2x + 1 = 0$ $a = 1$ b$= -2$ $c = 1$

Observemos el discriminante: $b^2 - 4ac$ Sustituimos los valores de a,b y c

$(- 2)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = 4 - 4 = 0$ Aplicamos: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{2+0}{2} = \frac{2}{2} \rightarrow \boxed{x_1 = 1} \\ x_2 = \frac{2-0}{2} = \frac{2}{2} \rightarrow \boxed{x_2 = 1} \end{cases}$$

3) b² - 4ac < 0 (***La ecuación no tiene soluciones reales***)

Ejemplo: $x^2 + x + 1 = 0$ Aplicamos: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $a = 1$ b$=1$ $c = 1$

Observemos el discriminante: $b^2 - 4ac$ Sustituimos los valores de a,b y c

$(1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1) = 1 - 4 = -3$ y $-3 < 0$ $x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1)}}{2(1)} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} \notin \sim$

Las raices cuadradas negativas no existe en el conjunto de los números reales. No hay solución.

Nota : El simbolo ∉, significa no pertenece

Actividad 2: Resolver utilizando la fórmula de la ecuación de segundo grado

$a)\ 3x^2 + 10x - 8 = 0$

Actividad 3: Indicar como son las soluciones de las ecuaciones según el discriminante.

$a)\ x^2 - 6x + 9 = 0$ b) $3x^2 + 8x + 6 = 0$

Apoyo en:

https://www.youtube.com/watch?v=0iITVp5uRz8
https://www.youtube.com/watch?v=BxrJmKdPHRs
https://www.youtube.com/watch?v=_VXB-K4rsdA

Departamento de Matemáticas
Profesor: Néstor Albano

Colegio Santa Bárbara
Formando emprendedores que suben escalones

EVALUACIÓN FORMATIVA EN TIEMPO DE PANDEMIA

NOMBRE:____ CURSO: _______________

1. Resolver utilizando la fórmula de la ecuación de segundo grado.

$$4x^2 - 11x - 3 = 0$$

2. Resolver la siguiente expresión algebraica:

$$3(4x+2)^2 + 6(3x-4)$$

3. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones, por el método de reducción e indicar el tipo de sistema.

$$a)\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 5x + 6y = -28 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} 5x + 10y = 8 \\ 2x + 4y = 9 \end{cases}$$

4. Indicar como son las soluciones de las ecuaciones, según el discriminante.

$$a)\ x^2 + 3x - 18 = 0 \qquad b)\ 4x^2 + 6x + 5 = 0$$