PROFESOR: VÍCTOR RIVERA H.
VICTOR.RIVERA@USACH.CL

GUÍA N°2 – II° SEMESTRE - MATEMÁTICA - I° MEDIO
Unidad 2: Álgebra y funciones – Sistema de ecuaciones lineales

Objetivo de aprendizaje (OAP4): Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2x2) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

Objetivos específicos: Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas a través de los métodos de igualación, sustitución y reducción. Resolver problemas mediante sistemas de ecuaciones.

¿Qué es un sistema de ecuaciones?

Para comprender qué es un sistema de ecuaciones, primero debemos comprender qué es una ecuación. Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones que contiene una o más incógnitas. Por ejemplo:

2X = 6, en esta ecuación hay 1 incógnita (la “X”). Al despejar la incógnita, nos queda que X = 3

X + 3 = 5, en esta ecuación hay 1 incógnita (la “X”). Al despejar la incógnita, nos queda que X = 2

X + Y = 2, en esta ecuación hay 2 incógnitas (la “X” y la “Y”). Al intentar despejar las incógnitas, no nos queda una única solución.

En esta última ecuación, como tiene 2 incógnitas, dedemos tener otra ecuación para despejar las incógnitas y así encontrar los valores de “X” y de “Y”.

Al tener 2 ecuaciones con 2 incógnitas, en ese caso estamos frente a un sistema de ecuaciones.

Conceptos

Un **sistema de ecuaciones lineales** con dos incógnitas tiene la forma:

$$\begin{array}{l|} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{array}$$

Donde a, b, c, d, e y f son números racionales y x e y son las incógnitas.

Una **solución** al sistema corresponde a un valor para cada incógnita, de modo que al remplazarlas en las ecuaciones se satisfacen ambas igualdades.

Veamos ejemplos de sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{array}{r|} x + y = 5 \\ x - y = -1 \end{array}$ b) $\begin{array}{r|} 2x + y = 7 \\ 2x = 3y \end{array}$ c) $\begin{array}{r|} x + y = 5 \\ 3x = 2y \end{array}$

Ahora ¿cómo resolvemos estos sistemas de ecuaciones?, es decir, ¿cómo encontramos los valores de las incógnitas “X” e “Y”?

Para eso, estudiaremos tres métodos de resolución:

- Método de igualación
- Método de sustitución
- Método de reducción

Método de igualación:

Veamos un ejemplo de cómo resolver un sistema de ecuaciones a través del método de igualación.

Resolver el sistema
$$\begin{array}{rcll} x+y & = & 10 & (1) \\ x-y & = & 2 & (2) \end{array}$$

Solución: De (1) Despejamos x

$$\begin{aligned} x+y&=10 \\ x&=10-y \qquad (3) \end{aligned}$$

Despejamos x de la ecuación (2):

$$\begin{aligned} x-y&=2 \\ x&=2+y \qquad (4) \end{aligned}$$

Como las ecuaciones (3) y (4) son iguales a lo mismo, podemos igualarlas

$$10-y=2+y$$

Ahora que tenemos una ecuación con una incógnita podemos encontrar la solución para y.

$$\begin{aligned} 10-y&=2+y \\ 10-2-y&=y \\ 8&=2y \\ 4&=y \end{aligned}$$

Usamos el valor de $y=4$ en (3) o en (4) para obtener el valor de x.

$$\begin{aligned} x&=2+y \\ &=2+4 \\ &=6 \end{aligned}$$

La solución del sistema de ecuaciones es $x=6$ e $y=4$.
Podemos verificar la solución al reemplazar los valores de las incógnitas en las ecuaciones (1) y (2).

Ahora, complementemos este ejemplo con el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=209uimxpb60

Actividad 1: Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación.

a. $\begin{array}{l} 12x+y=-70 \\ -6x+y=38 \end{array}$

$x=\square \quad y=\square$

b. $\begin{array}{l} 4x+15y=34 \\ 4x+11y=26 \end{array}$

$x=\square \quad y=\square$

c. $\begin{array}{l} 3x+8y=75 \\ -x+4y=35 \end{array}$

$x=\square \quad y=\square$

d. $\begin{array}{r} x+3y=-4 \\ x-y=12 \end{array}$

$x=\square \quad y=\square$

Método de sustitución:

Veamos un ejemplo de cómo resolver un sistema de ecuaciones a través del método de sustitución.

Resolver el siguiente sistema $\begin{array}{rcl} x+3y & = & 6 \\ 5x-2y & = & 13 \end{array}$

Solución: Despejamos x de la primera ecuación

$$\begin{aligned} x+3y &= 6 \\ x &= 6-3y \qquad (1) \end{aligned}$$

Reemplazamos (1) en la segunda ecuación del sistema de ecuaciones, esto quiere decir que en vez de escribir x reemplazaremos $6-3y$. Con esto lograremos tener una ecuación de primer grado con una incógnita.

$$\begin{aligned} 5x-2y &= 13 \\ 5(6-3y)-2y &= 13 \\ 30-15y-2y &= 13 \\ -17y &= 13-30 \\ -17y &= -17 \\ y &= 1 \qquad (2) \end{aligned}$$

Enontraremos x reemplazando el valor de y obtenido en (2), en cualquiera de las ecuaciones del sistema.

$$\begin{aligned} 5x-2y &= 13 \\ 5x-2(1) &= 13 \\ 5x-2 &= 13 \\ 5x &= 13+2 \\ 5x &= 15 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Las solución del sistema es $x=3$, $y=1$.

Ahora, complementemos este ejemplo con el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=L0QuX9RpEoM

Actividad 2: Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución.

a. $\begin{array}{r} 2x-3y=4 \\ x-y=3 \end{array}$

$x=$ ☐ $y=$ ☐

b. $\begin{array}{r} 6x+4y=20 \\ x-2y=-2 \end{array}$

$x=$ ☐ $y=$ ☐

c. $\begin{array}{r} x-3y=-21 \\ 3x+14y=121 \end{array}$

$x=$ ☐ $y=$ ☐

d. $\begin{array}{r} -12x-y=33 \\ 7x-8y=58 \end{array}$

$x=$ ☐ $y=$ ☐

Método de Reducción:
Veamos un ejemplo de cómo resolver un sistema de ecuaciones a través del método de reducción.

Resolver por reducción el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{rcl} 6x-5y & = & -9 \\ 4x+3y & = & 13 \end{array}\right|$

Solución: Vamos a igualar los coeficientes de la incógnita y. Para ello buscamos el mínimo común múltiplo entre los coeficientes 5 y 3. Es fácil obtener que es 15, ya que, 3 y 5 son primos relativos.

Para obtener el coeficiente 15 en la primera ecuación debemos amplificar por 3 los dos miembros de la igualdad quedando

$$18x - 15y = -27$$

Para obtener el coeficiente 15 en la segunda ecuación del sistema debemos amplificar por 5 los dos miembros de la igualdad quedando

$$20x + 15y = 65$$

El nuevo sitema de ecuaciones es

$$\left.\begin{array}{rcl} 18x-15y & = & -27 \\ 20x+15y & = & 65 \end{array}\right|$$

Como los términos a los que igualamos los coeficientes tienen signos opuesto, sumamos los miembros de la izquierda de las ecuaciones y los miembros de la derecha de las ecuaciones.

$$(18x - 15y) + (20x + 15y) = (-27) + (65) \tag{1}$$

Esto lo podemos hacer sin alterar la igualdad debido a que estamos sumando cantidades equivalentes a ambos lados de la igualdad.

Al desarrollar la expresión (3) se obtiene

$$\begin{aligned} (18x - 15y) + (20x + 15y) &= (-27) + (65) \\ 18x + 20x - 15y + 15y &= -27 + 65 \\ 38x &= 38 \\ x &= 1 \qquad (2) \end{aligned}$$

Ya sabiendo que $x = 1$, reemplazamos este valor en cualquiera de las ecuaciones del sistema, por ejemplo en la primera:

$$\begin{aligned} 6x - 5y &= -9 \\ 6(1) - 5y &= -9 \\ 6 + 9 &= 5y \\ 15 &= 5y \\ 3 &= y \qquad (3) \end{aligned}$$

Por los resultados de (2) y (3) la solución es $x = 1$ e $y = 3$. Lo cual podemos comprobar al reemplazar estos valores en las ecuaciones del sistema.

Ahora, complementemos este ejemplo con el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=TR27etegq7g

Actividad 3: Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de reducción.

a. $\begin{cases} 5x+2y=52 \\ 4x-3y=60 \end{cases}$

$x=\boxed{}$ $y=\boxed{}$

b. $\begin{cases} 3x+8y=30 \\ 4x-5y=-7 \end{cases}$

$x=\boxed{}$ $y=\boxed{}$

c. $\begin{cases} -14x-3y=-158 \\ -35x+3y=-332 \end{cases}$

$x=\boxed{}$ $y=\boxed{}$

d. $\begin{cases} -7x+5y=7 \\ 8x-7y=-8 \end{cases}$

$x=\boxed{}$ $y=\boxed{}$

Resolución de problemas:

Para resolver un problema mediante un sistema de ecuaciones, hay que traducir al lenguaje algebraico las condiciones del enunciado y después resolver el sistema planteado. Se debe comenzar por leer detenidamente el enunciado hasta comprender bien lo que se ha de calcular y los datos que se dan. Una vez resuelto el sistema, no olvidar comprobar la solución de acuerdo al contexto del problema.

Veamos un ejemplo de cómo resolver un problema mediante un sistema de ecuaciones.

Una parcela rectangular tiene un perímetro de 240 m. Si mide el triple de largo que de ancho, ¿cuáles son las dimensiones de la parcela?.

SOLUCIÓN

Llamamos **x** al ancho de la parcela
y al largo de la parcela

El largo es el triple del ancho: $y=3x$ El perímetro es: $2x+2y=240$

El sistema es:

$\begin{cases} y = 3x \\ x + y = 120 \end{cases}$

Por sustitución: $x+3x=120$
$4x=120$
x=30 m

y=90

Solución: Ancho = 30 m ; Largo = 90 m; Comprobación: $90=3\cdot30$ $2\cdot90+2\cdot30=240$

Actividad 4: Resuelve los siguientes problemas mediante un sistema de ecuaciones.

a. La edad de un padre (x) y su hija (y) suman 77 años, y dentro de dos años la edad del padre será el doble de la de su hija. ¿Cuál es la edad del padre y su hija?

b. La diferencia de dos números es 85 y uno de ellos es 20 unidades más que el doble del otro. ¿Cuáles son los números?

c. La suma de los ángulos de un paralelogramo es 360°. Si la diferencia de los ángulos consecutivos es 20°, determina el valor de cada ángulo.

d. Las edades de Andrés (x) y Luisa (y) suman 61 años. La edad de Luisa es 11 años más que la de Andrés. ¿Cuáles son las edades de cada uno?

e. Julián (x) y Sebastián (y) tienen ahorrados $250 000 entre los dos. Si Julián ha ahorrado $70 000 más que Sebastián, ¿cuánto ha ahorrado cada uno?

Colegio Santa Bárbara
Formando emprendedores que suben escalones

PROFESOR: VÍCTOR RIVERA H.
VICTOR.RIVERA@USACH.CL

EVALUACIÓN FORMATIVA N°2 EN TIEMPO DE PANDEMIA
MATEMÁTICA - I° MEDIO

NOMBRE:____ **CURSO:**__________

1) Elige el método que desees (igualación, sustitución, reducción) y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

1) $3x - y = 1$ $2x + y = 9$	2) $x + 4y = 5$ $2x - y = 10$	3) $3x + y = 0$ $5x + 2y = 1$	4) $4x - 5y = 8$ $3x + 2y = -17$

2) Resuelve los siguientes problemas mediante sistema de ecuaciones:

a) La diferencia de dos números es 124 y uno de ellos es 12 unidades menos que el triple del otro. ¿Cuáles son los números?

b) Para ingresar a un circo se puede adquirir entradas para adultos a \$ 3000 y para niños a \$ 1500. Fernanda adquirió 6 entradas para su familia y pagó \$ 15000. ¿Cuántos adultos y cuántos niños conforman la familia de Fernanda?

c) En una granja crían gallinas y conejos. Si contamos 40 cabezas y 110 patas, ¿cuántas gallinas y conejos hay?

d) Felipe tiene la mitad de la edad de Javier. En 15 años más, Felipe será 6 años menor que Javier. ¿Cuál es la edad de Felipe y de Javier?

3) Desarrolla las siguientes expresiones algebraicas.

a) $(x+3)^2$	b) $(x-7)^2$	c) $(x+6)^2$	d) $(x+3)\cdot(x-3)$
e) $(x+2)\cdot(x-2)$	f) $(x+4)\cdot(x-4)$	g) $(x+5)\cdot(x+6)$	h) $(x+9)\cdot(x-6)$

4) Factoriza las siguientes expresiones algebraicas.

a) $4x^2 - 16x$	b) $3x^2 - 18$	c) $20y^2 - 5y$	d) $x^2 - 64$
e) $x^2 - 16$	f) $25 - x^2$	g) $x^2 + 5x + 6$	h) $x^2 - 8x + 16$