DEPARTAMENTO MATEMÁTICA
II MEDIO
PROFESORA : KENIA FUENTES
CORREO:KENIAFUENTES145@GMAIL.COM

GUÍA 3 SEGUNDO SEMESTRE

Alumnos producto de la contingencia es importante que te apoyes académicamente de los textos, material mineduc, guías y también la plataforma de nuestro colegio.

Lee atentamente lo teórico para que desarrolles correctamente la parte práctica en su cuaderno.

Y lo mas importante es que se cuiden a ustedes y su entorno siguiendo las simples indicaciones pertinentes y hábitos de higiene.

Saludos.

Cada ejercicios debes desarrollarlo y revisar en solucionarios si es que hay o confirmar con uso de calculadora.

Hay paginas de internet con sus link para apoyar los contenidos.

Esta es la tercera guía del segundo semestre UNIDAD *GEOMETRÍA*

Éxitos! …no olvides que puedes escribirme keniafuentes145@gmail.com para

cualquier duda.

UNIDAD GEOMETRÍA

OBJETIVOS PRIORIZADOS

OAP 7. Desarrollar la fórmula del área de la superficie y el volumen de la esfera:

- Representando de manera concreta y simbólica, de manera manual y/o con software educativo
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de geometría

OAP 8. Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:

- Relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos
- Explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo
- Aplicándolas para determinar ángulos o medidas de lados
- Resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas.

Colegio Santa Bárbara
Formando emprendedores que suben escalones

UNIDAD GEOMETRÍA

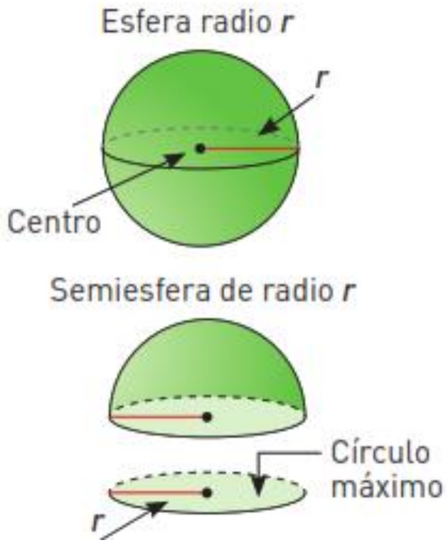
LA ESFERA

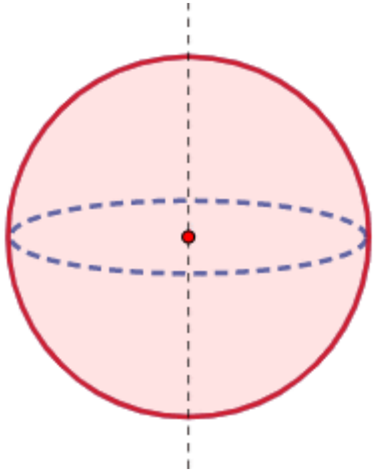
La **esfera** es un cuerpo geométrico limitado por una superficie curva, llamada casquete esférico, cuyos puntos equidistan de un punto central **centro** de la esfera. Esta distancia corresponde al **radio** de la esfera.

Una **semiesfera** es cada uno de los dos cuerpos que se obtienen al dividir una esfera en dos partes iguales.

El **círculo máximo** de una esfera corresponde a la base de cada semiesfera que se puede obtener de ella.

Es decir, el círculo máximo y la esfera tienen el mismo radio.





Área del círculo máximo
$A = \pi \bullet r^2$

El **área** de una esfera de radio r, es igual a cuatro veces el área del círculo máximo.

El **volumen** de una esfera de radio r,es igual a 4/3 de r veces por el área del círculo máximo.

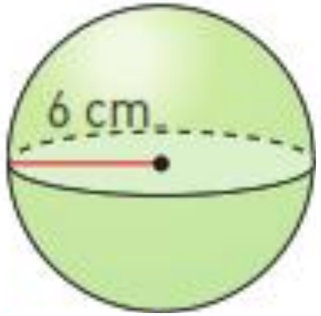
$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Colegio Santa Bárbara
Formando emprendedores que suben escalones

Ejercicios

Calcula el área del circulo máximo.

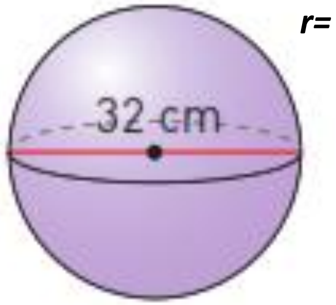


Usa $\pi \approx 3{,}14$

$$A = \pi . r^2$$
$$A = \pi . (6cm)^2$$
$$A = 113{,}04cm^2$$

Calcula el área de la siguiente esfera.

El radio es la mitad del diámetro.
r= 16cm

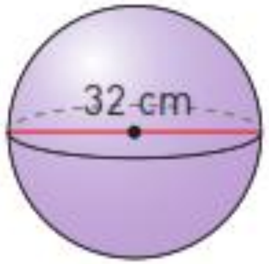


Usa $\pi \approx 3{,}14$

$$A = 4\pi . r^2$$
$$A = 4\pi . (16cm)^2$$
$$A = 3.215{,}3cm^2$$

Calcula el volumen de la siguiente esfera.

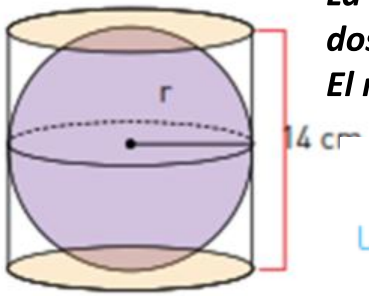
El radio es la mitad del diámetro.
r= 16cm



Usa $\pi \approx 3{,}14$

$$\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi r^3}$$
$$\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi(16cm)^3}$$
$$\boldsymbol{V = 17.148,5cm^3}$$

Analiza la siguiente figura. Luego, calcula el área del circulo máximo de la esfera inscrita en el cilindro.



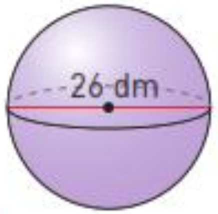
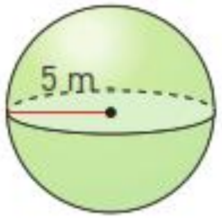
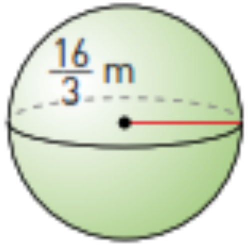
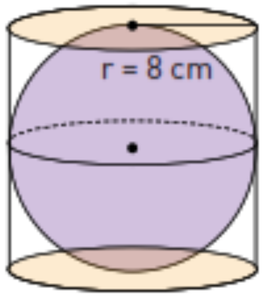
La altura del cilindro es dos veces el radio
El r= 7cm

Usa $\pi \approx 3{,}14$

$$A = \pi . r^2$$
$$A = \pi . (7cm)^2$$
$$A = 153{,}86cm^2$$

Colegio Santa Bárbara
Formando emprendedores que suben escalones

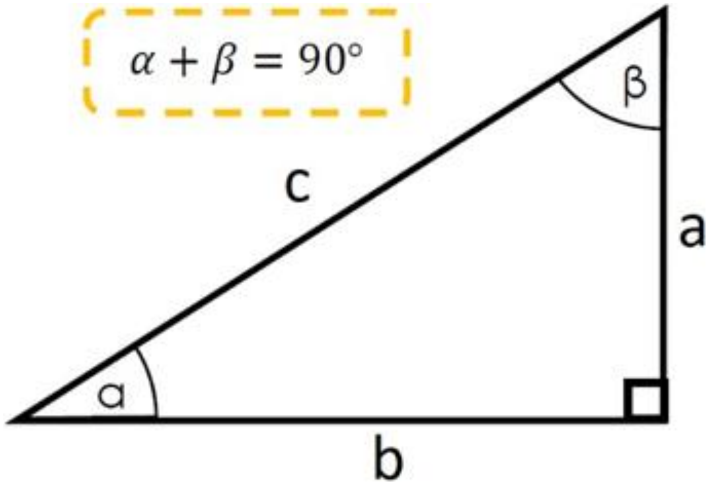
Actividad 1.

1. Calcula el área del circulo máximo  	2. Calcula el área de la siguiente esfera 
3. Calcula el volumen de la siguiente esfera.  	4. Analiza la siguiente figura. Luego, calcula el área del circulo máximo de la esfera inscrita en el cilindro. 

5. La célula más grande del cuerpo humano es el óvulo y la más pequeña, el espermatozoide. La función principal de ambos es aportar material genético, femenino y masculino respectivamente. La forma del óvulo es esférica, posee un diámetro aproximado de 0,01 cm y es 500 veces más grande que un espermatozoide. Según la información anterior, ¿cuál es el volumen aproximado de un óvulo?

UNIDAD GEOMETRÍA
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Las razones trigonométricas nos permiten relacionar directamente los ángulos del triángulo rectángulo con los lados de este.

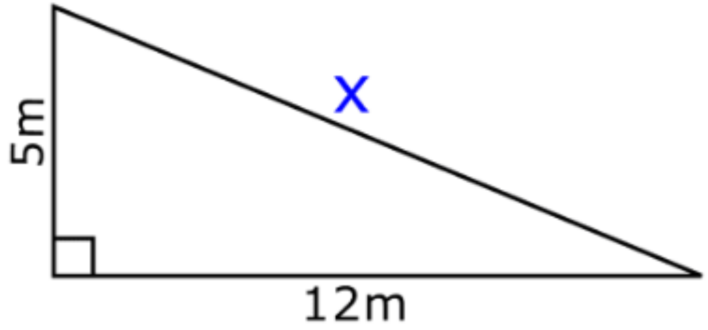


El triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo interior recto (90°). Su lado mayor, siempre opuesto al ángulo recto, recibe el nombre de **hipotenusa**, y sus otros dos lados reciben el nombre de **catetos.** En la ilustración podemos ver que **a** y **b** son los catetos mientras que **c** es su hipotenusa. Si llamamos $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta}$ a los ángulos interiores agudos (menores que 90°) siempre se cumple que $\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}$ **= 90°.** Recordemos además el Teorema de Pitágoras

Respecto de los triángulos rectángulos: $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$.

https://www.youtube.com/watch?v=2UbdPiqAiHY&ab_channel=Mat[illegible]%C3%A1ticasprofeAlex

EJEMPLO: CALCULA EL VALOR DE X USANDO EL TEOREMA DE PITÁGORAS



$c^2 = a^2 + b^2$

Reemplazando valores:

$x^2 = 5^2 + 12^2$

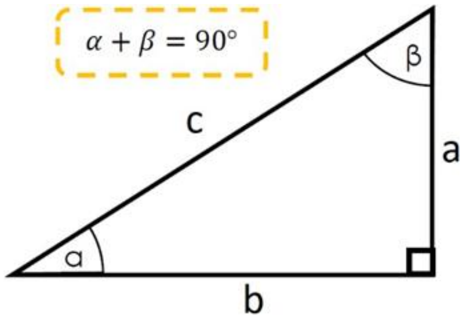
$x^2 = 25 + 144 = 169$

$\Rightarrow x = 13$

En el caso que tengas que hallar el valor de un cateto, usarías:

$a^2 = c^2 - b^2$

$b^2 = c^2 - a^2$



Consideremos el triángulo siguiente para definir las siguientes razones trigonométricas.

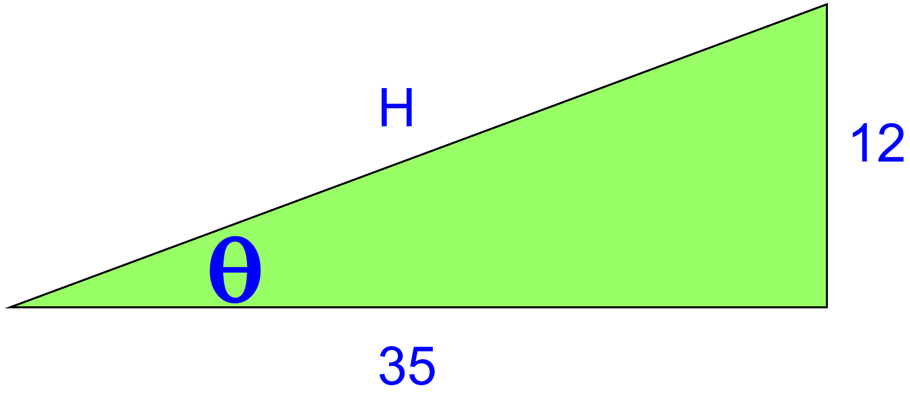
Es importante considerar que cada ángulo tiene su cateto opuesto, en el caso del ángulo β

<u>El seno de un ángulo</u> se define como la razón entre el cateto opuesto a dicho ángulo y la hipotenusa. Si en el caso del triángulo anterior nos referimos al ángulo α, el seno de α corresponde al cociente entre "a" cateto opuesto al ángulo α y "c" la hipotenusa del triángulo rectángulo. Abreviamos seno como "sen" o "sin".	$\cos\alpha = \frac{cateto\ adyacente\ a\ \alpha}{hipotenusa} \rightarrow \cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\cos\beta = \frac{cateto\ adyacente\ a\ \beta}{hipotenusa} \rightarrow \cos\beta = \frac{a}{c}$
<u>El coseno de un ángulo</u> se define como la razón entre el cateto adyacente a dicho ángulo y la hipotenusa. Si en el caso del triángulo anterior nos referimos al ángulo α, el coseno de α corresponde al cociente entre "b" cateto adyacente al ángulo α y "c" la hipotenusa del triángulo rectángulo. Abreviamos coseno como "cos".	$\cos\alpha = \frac{cateto\ adyacente\ a\ \alpha}{hipotenusa} \rightarrow \cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\cos\beta = \frac{cateto\ adyacente\ a\ \beta}{hipotenusa} \rightarrow \cos\beta = \frac{a}{c}$
<u>La tangente de un ángulo</u> se define como la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente a dicho ángulo. Si en el caso del triángulo anterior nos referimos al ángulo α, la tangente de α corresponde al cociente entre "a" cateto opuesto al ángulo α y "b" cateto adyacente al ángulo α. Abreviamos tangente como "tan".	$\tan\alpha = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \alpha}{cateto\ adyacente\ a\ \alpha} \rightarrow \tan\alpha = \frac{a}{b}$ $\tan\beta = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \beta}{cateto\ adyacente\ a\ \beta} \rightarrow \tan\beta = \frac{b}{a}$

Colegio Santa Bárbara

Formando emprendedores que suben escalones

Ejemplo: Dado los siguientes triángulos rectángulos, escriba las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente del ángulo θ



TEOREMA DE PITÁGORAS

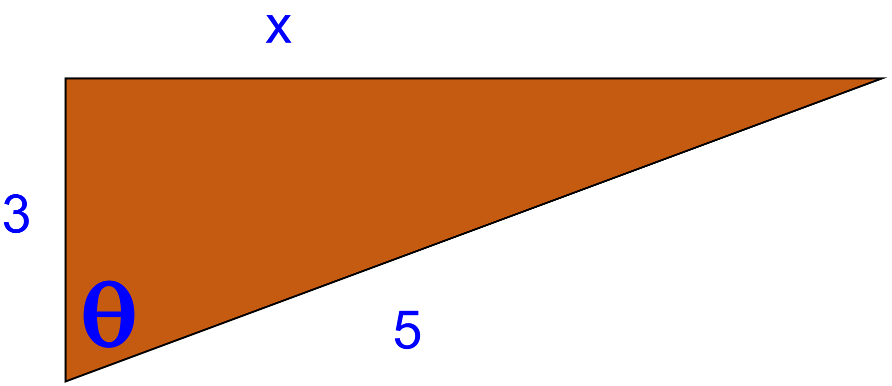
$$H^2 = 12^2 + 35^2$$

$$H = \sqrt{1369} = 37$$

$$\text{sen}\,\theta = \frac{12}{37}$$

$$\tan\theta = \frac{12}{35}$$

$$\cos\theta = \frac{35}{37}$$



TEOREMA DE PITÁGORAS

$$x^2 = 5^2 - 3^2$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \sqrt{16}$$

$$x = 4$$

$$\text{sen}\,\theta = \frac{4}{5}$$

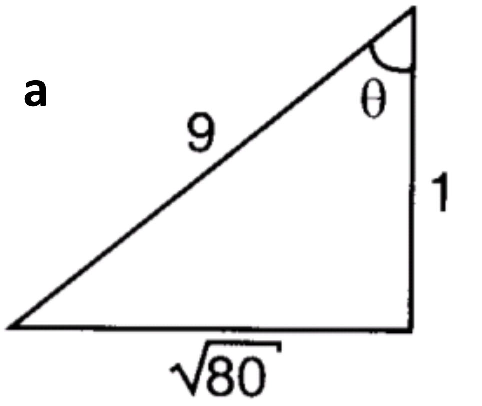
$$\tan\theta = \frac{4}{3}$$

$$\cos\theta = \frac{3}{5}$$

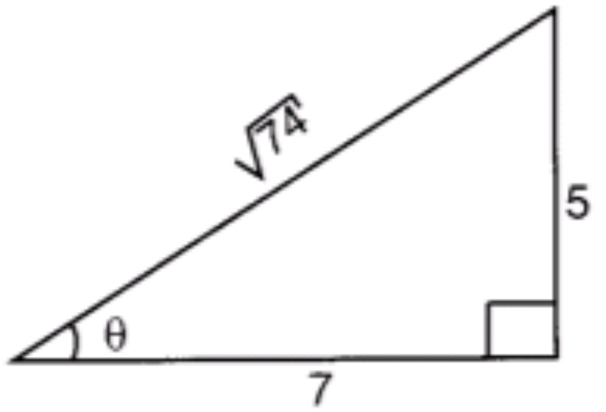
ACTIVIDAD 2

Dado los siguientes triángulos rectángulos, escriba las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente del ángulo θ

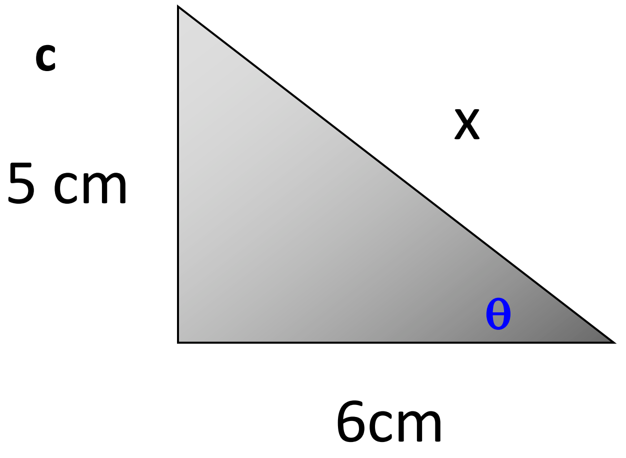
a



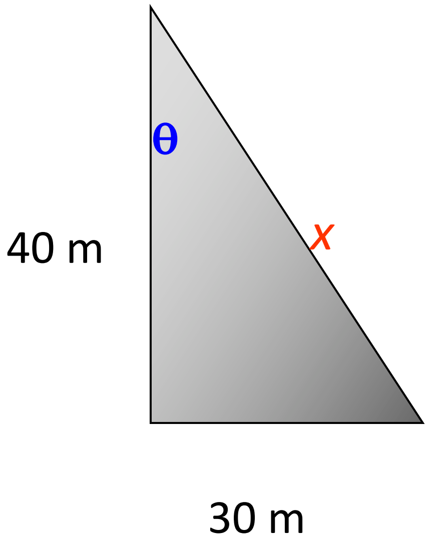
b



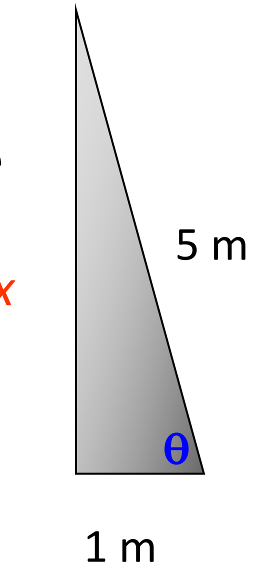
c



d



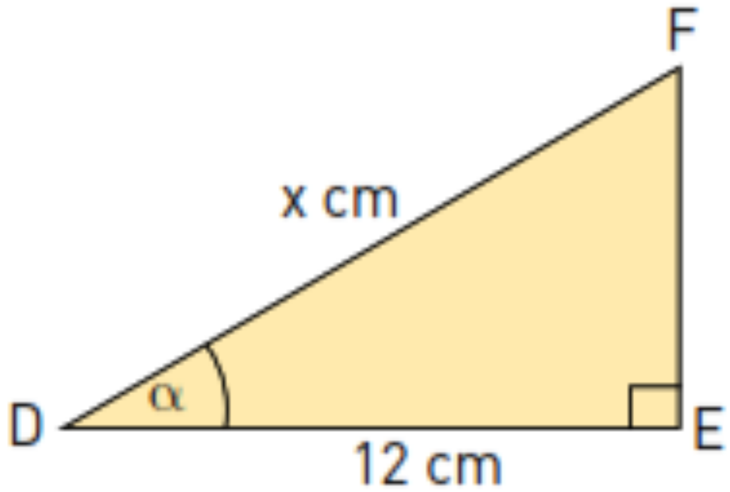
e



Colegio Santa Bárbara
Formando emprendedores que suben escalones

Resolución de triángulos rectángulos.

Determina el valor de x dado que $\cos\alpha$=0,6



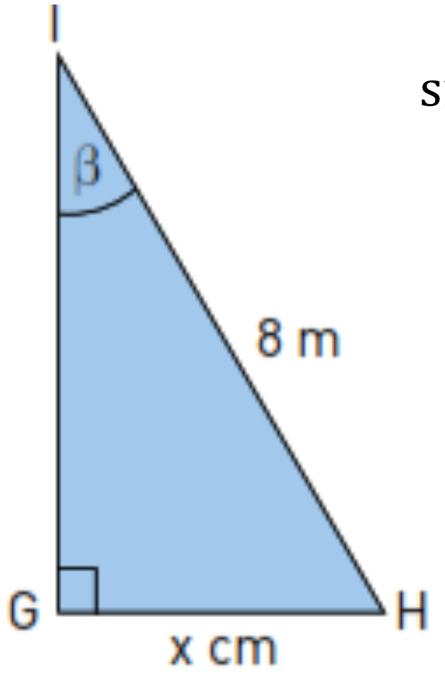
$\cos\alpha = \frac{DE}{x} = 0{,}6$

$\mathrm{DE} = 0{,}6.\,\mathrm{x}$

20cm = x

$\frac{\mathrm{DE}}{0{,}6}$ **= x**

Determina el valor de x y β dado que $\sin\beta$=0,6



$\sin\beta = \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{8}} = \mathbf{0,6}$

X=0,6 . 8

X= 4,8 cm

$\sin\beta = \mathbf{0,6}$

$\beta = \arcsin(o, 6)$

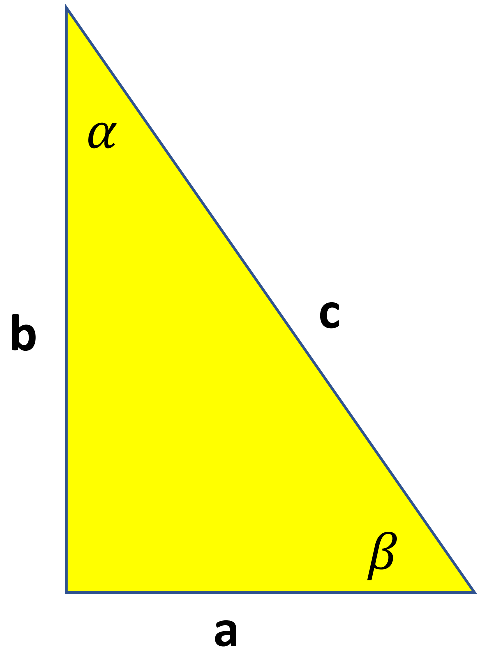
$\beta = 36°, 8$

Colegio
Santa Bárbara
Formando emprendedores que suben escalones

ACTIVIDAD 3

Completa la siguiente tabla con la razón trigonométrica correspondiente.

Ángulo / lado dado	Lado dado	Lado / ángulo a determinar	Razón trigonométrica	Expresión algebraica	Resultado
$\alpha = 20°$	c = 5 cm	cateto opuesto a	$\text{sen}(\alpha) = \frac{a}{c}$	$a = c \cdot \text{sen}(\alpha)$	a = 1,7 cm
$\beta = 75°$	b = 3,5 cm	hipotenusa c			
$\alpha = 70°$	b = 6 cm	hipotenusa c			
$\beta = 30°$	c = 6,5 cm	cateto adyacente			
$\beta = 55°$	c = 7,5 cm	cateto opuesto			
$\alpha = 4$ cm	b = 5 cm	ángulo α			
$\alpha = 4$ cm	c = 8 cm	ángulo β			

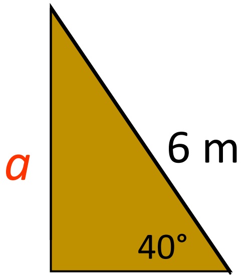


Colegio Santa Bárbara
Formando emprendedores que suben escalones

Resolución de problemas

Una escalera de 6m de altura está apoyada sobre una pared de manera que forma el ángulo expuesto en la siguiente imagen. ¿Qué altura alcanza el extremo superior al suelo?

Solución:



$\sin 40° = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{6m}}$

$\sin 40° \,.\, 6m$ = **a**

$\sin 40° \,.\, 6m$ = **a**

$3{,}8m$= **a**

Actividad 4

Traza un bosquejo que les permita resolver cada situación utilizando las razones trigonométricas.

a. La longitud del hilo que sujeta un volantín es de 18 m y el ángulo que forma este respecto al suelo es de 30°. ¿A qué altura está el volantín?

b. Violeta sube un resbalín que tiene una inclinación de 30º y 3 m de longitud. ¿Cuál es la mayor altura que Violeta puede alcanzar?

c. Un edificio tiene una altura de 72 m. Cuando el sol tiene un ángulo de elevación de 30º, ¿qué medida tiene la sombra que proyecta el edificio?

d. Un avión se encuentra a 2100 m de altura cuando comienza su descenso para aterrizar. ¿A qué distancia se encuentra de la pista,si para bajar aplica un Ángulo de depresión de 20º?